Optique

Master 2 Outils et Systèmes de l'Astronomie et de l'Espace

Cours 2

21 octobre 2025

Raphaël Galicher
raphael.galicher @ obspm.fr

Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d’intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d’un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

Rappel cours 1 : Optique géométrique ou diffraction ?

Plusieurs modèles de propagation de la lumière

- Optique géométrique
- Diffraction quand $\lambda/D > D/Z$ <=> **$Z > Z_R = D^2/\lambda$ = distance de Rayleigh**

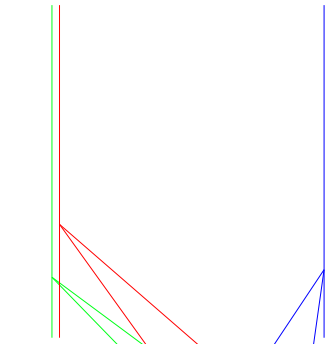
  → Plusieurs modèles de diffraction

Très souvent : modèle de Fraunhofer

Parfois : modèle de Fresnel

distance à l'écran diffractant

Rappels du cours 1 : diffraction de Fraunhofer



Les hypothèses nécessaires pour appliquer le modèle de diffraction de Fraunhofer sont

$\mathscr{H}\mathbf{1}$: $r_{SP} = \left\|\overrightarrow{SP}\right\| \gg \lambda$

$\mathscr{H}\mathbf{2}$: $r_{PM} = \left\|\overrightarrow{PM}\right\| \gg \lambda$

$\mathscr{H}\mathbf{3}$: $\eta \gg \lambda$

$\mathscr{H}\mathbf{4}$: $r_{PM} \gg \eta$

$\mathscr{H}\mathbf{5}$: $r_{SP} \gg \eta$

$\mathscr{H}\mathbf{6}$: $Z \gg Z_{\text{Fraunhofer}} = \frac{k\eta^2}{2} \Rightarrow \frac{\lambda}{\eta} \gg \pi \frac{\eta}{Z}$ **(condition de Fraunhofer)**

avec η la grandeur caractéristique de l'ouverture $\mathscr{T}$.

$$(k_{Xf},\ k_{Yf}) = (k\,X/f,\ k\,Y/f)$$

$$E(X,\,Y,\,t) = K_f \iint_{\mathscr{T}} E_S(x,\,y,\,t)\,\mathrm{e}^{-i\,\frac{k}{f}\,(x\,X + y\,Y)}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

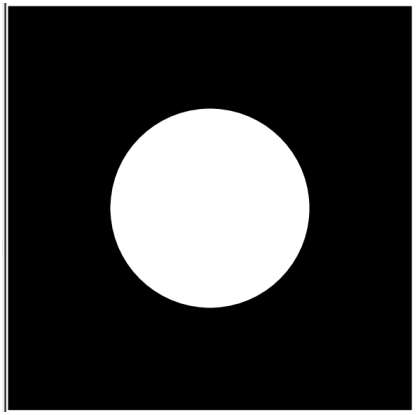
$$E(X,\,Y,\,t) = K_f\,\mathrm{TF}\left[E_S\,\Pi_{\mathscr{T}}\right](k_{Xf},\ k_{Yf})$$

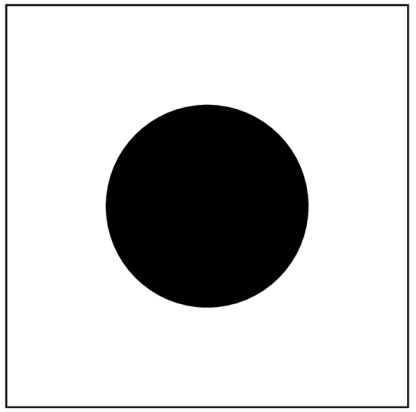
Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d’intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d’un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

Théorème de Babinet

Soient deux écrans complémentaires T_1 et T_2 $\quad T_1(x,y) = 1 - T_2(x,y)$





Théorème de Babinet
Deux écrans complémentaires $\mathscr{T}_1$ et $\mathscr{T}_2$ donnent la même figure de diffraction en intensité en tout point M qui est en dehors de l'image A_0 prédite par l'optique géométrique :

$$I_1(M) = I_2(M), \quad \forall M \notin A_0 \tag{45}$$

Ce théorème est vrai pour les trois modèles de diffraction : Kirchhoff, Fresnel et Fraunhofer.

Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d’intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d’un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

Comment calculer la distribution d'intensité diffractée

1) Déterminer le plan où se trouve l'écran diffractant et choisir les coordonnées cartésiennes (x, y) ou polaires (ρ,η)

2) Déterminer le plan d'observation et choisir les coordonnées (X,Y) ou (R,θ)

3) Choisir le modèle de diffraction

4) Exprimer le champ électrique juste avant l'écran diffractant : $E_S(x,y,z=0,t)$

5) Trouver la fonction π_T qui décrit l'ouverture diffractante

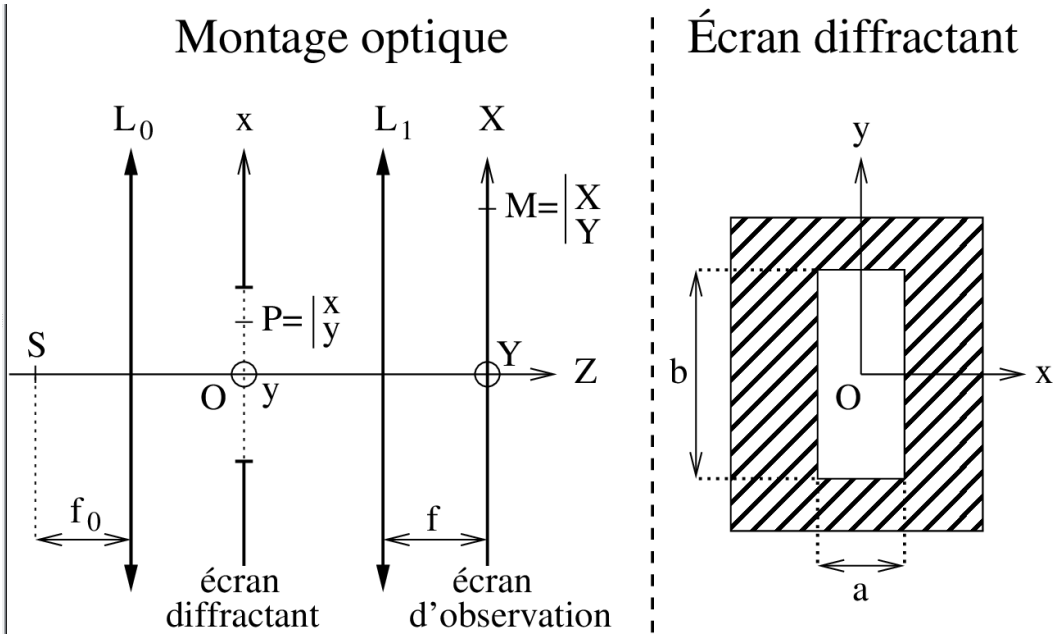
6) Calculer l'intégrale avec les expressions de $E_S(x,y,z=0,t)$ et π_T pour obtenir le champ diffracté $E(X,Y,z,t)$.

7) Calculer la moyenne temporelle du carré de la partie réelle du champ E pour obtenir l'intensité diffractée $I(X,Y,z)$.

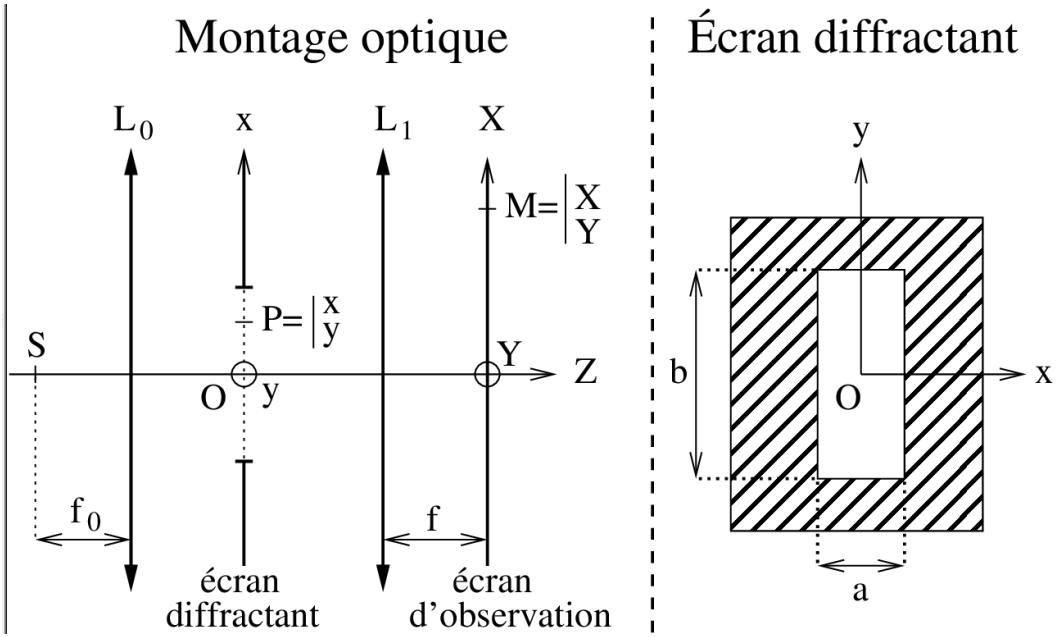
Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d'intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d'un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

Diffraction par une ouverture rectangulaire : calcul



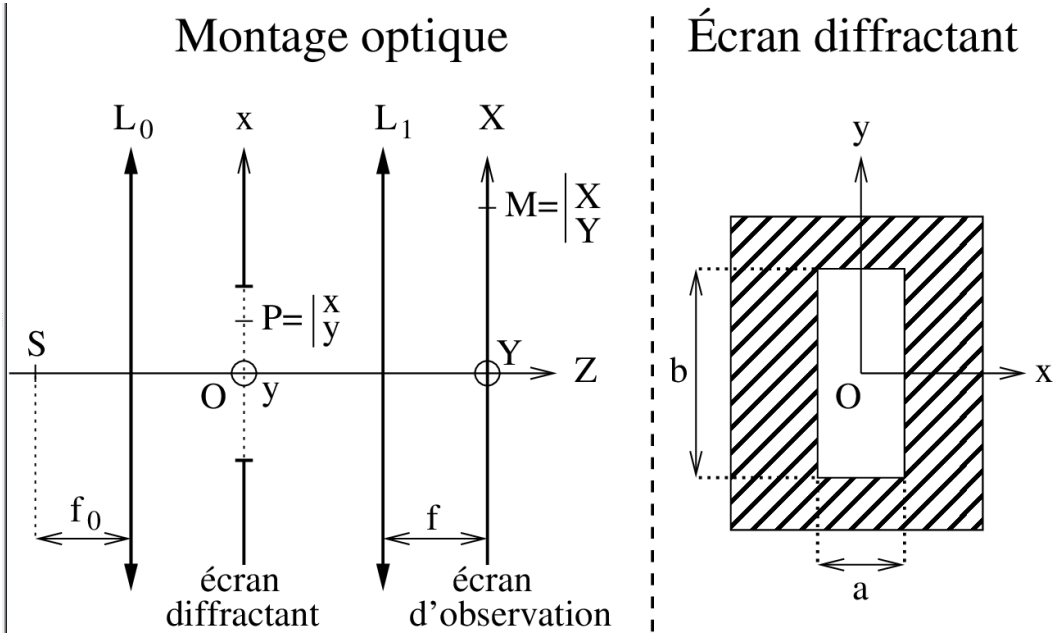
Diffraction par une ouverture rectangulaire : calcul



Indication :
rect(x) = 1, si |x|<1/2
0, ailleurs

Fonction	Transformée de Fourier
$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(k)\exp(ikx)\,dk$	$\hat{f}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\exp(-ikx)\,dx$
$f(x/a)$	$\lvert a\rvert \hat{f}(ka)$
$\mathrm{rect}(x)$	$\mathrm{sinc}(k/2)$

Diffraction par une ouverture rectangulaire : calcul



$$I(X,\,Y) = \quad I_0 \,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi\, a\, X}{\lambda\, f}\right) \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi\, b\, Y}{\lambda\, f}\right)$$

Diffraction par une ouverture rectangulaire : description

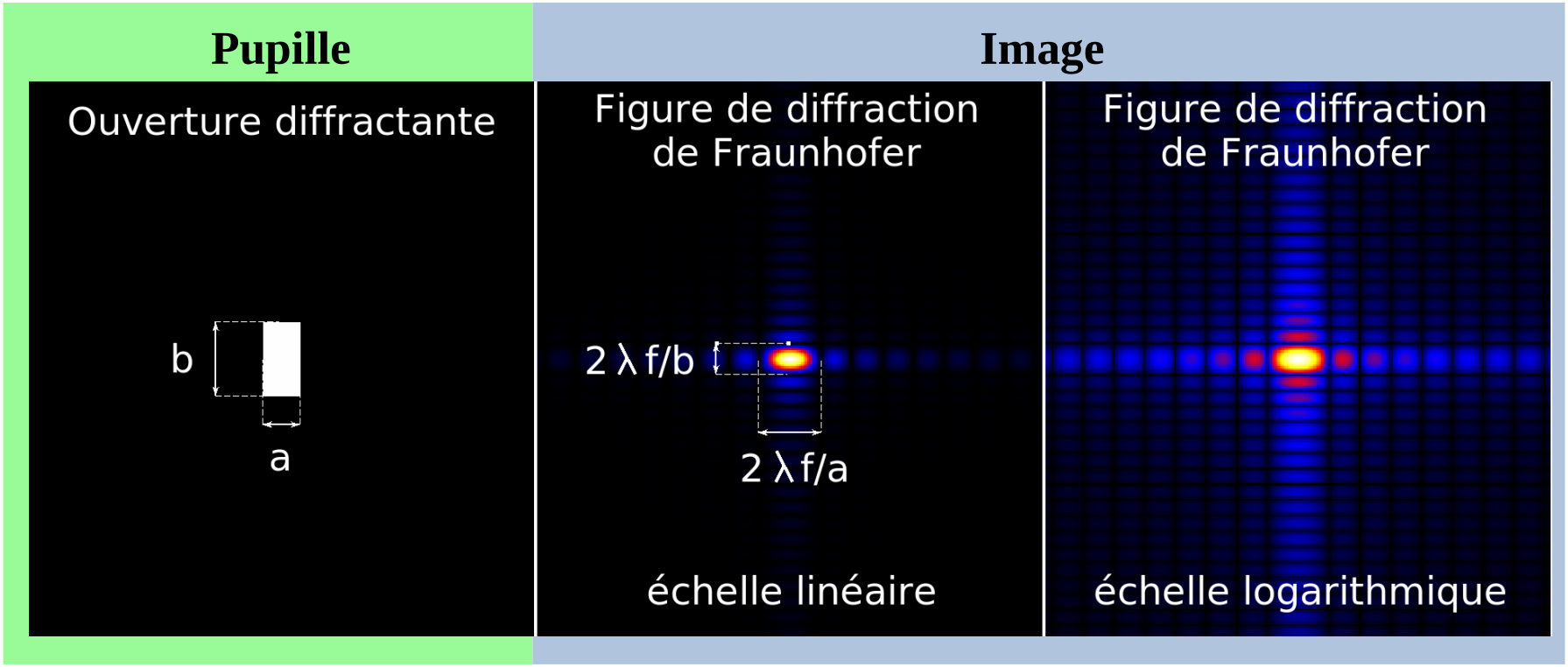
$$I(X,\,Y) = \quad I_0\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi\,a\,X}{\lambda\,f}\right)\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi\,b\,Y}{\lambda\,f}\right)$$

Maximum au niveau de l'image de l'optique géométrique

Des lieux sans lumière : tous les $p\,\lambda f/a$ avec p un entier relatif non nul

Plus l'ouverture est petite, plus la tache de diffraction est large

Diffraction par une ouverture rectangulaire : en images



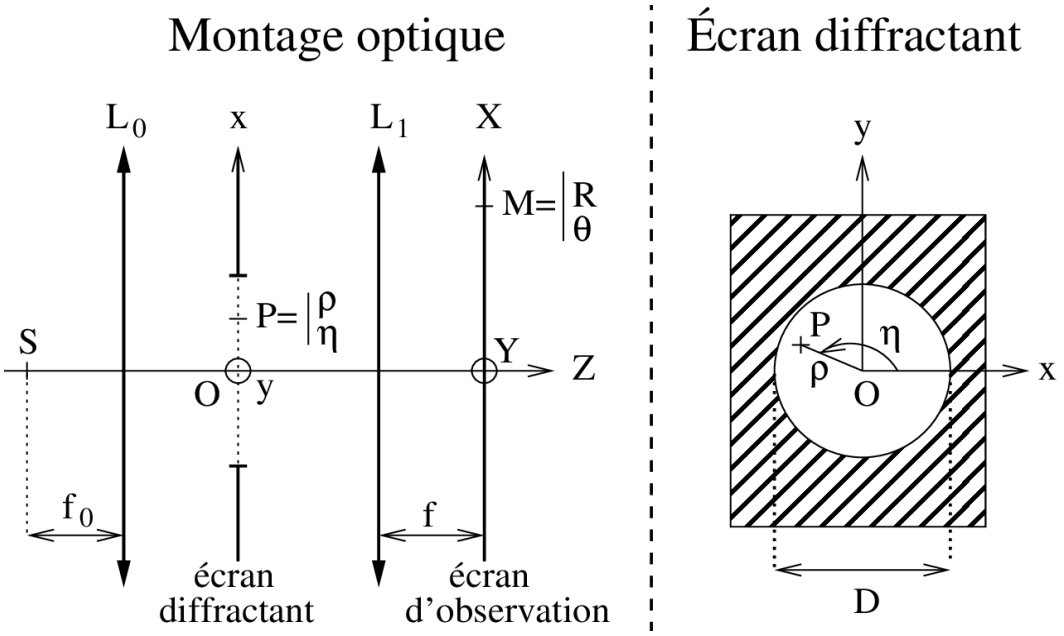
Maximum au niveau de l'image de l'optique géométrique

Plus l'ouverture est petite, plus la tache de diffraction est large

Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d'intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d'un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

Diffraction par une ouverture circulaire : calcul



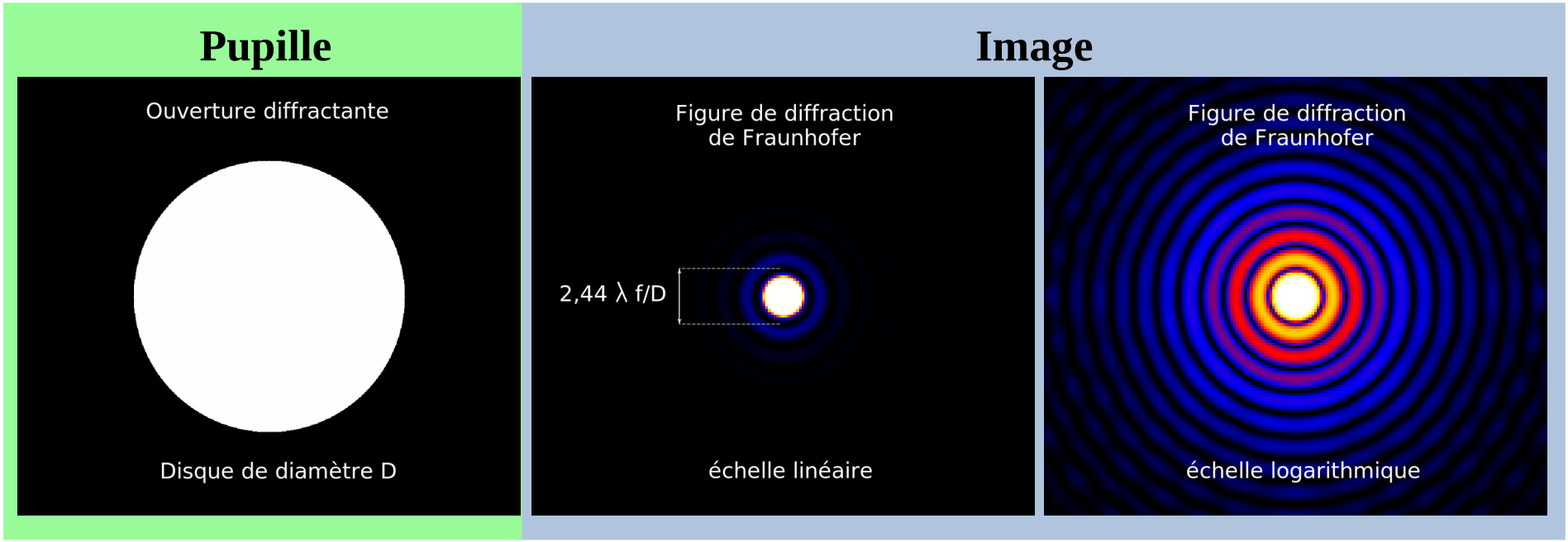
$$I(R,\,\theta) = I_0 \left| \frac{2\,J_1\left(\frac{k\,R\,D}{2\,f}\right)}{\frac{k\,R\,D}{2\,f}} \right|^2$$

J_1 = fonction de Bessel de 1er espèce d'ordre 1

Premier zéro en $R_1 = 1{,}22\,\dfrac{\lambda\,f}{D}$

Largeur à mi-hauteur ≈ $\lambda f/D$

Diffraction par une ouverture circulaire : en images



Maximum au niveau de l'image de l'optique géométrique

Largeur à mi-hauteur ≈ $\lambda f/D$

Plus l'ouverture est petite, plus la tache de diffraction est large

Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d'intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d'un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

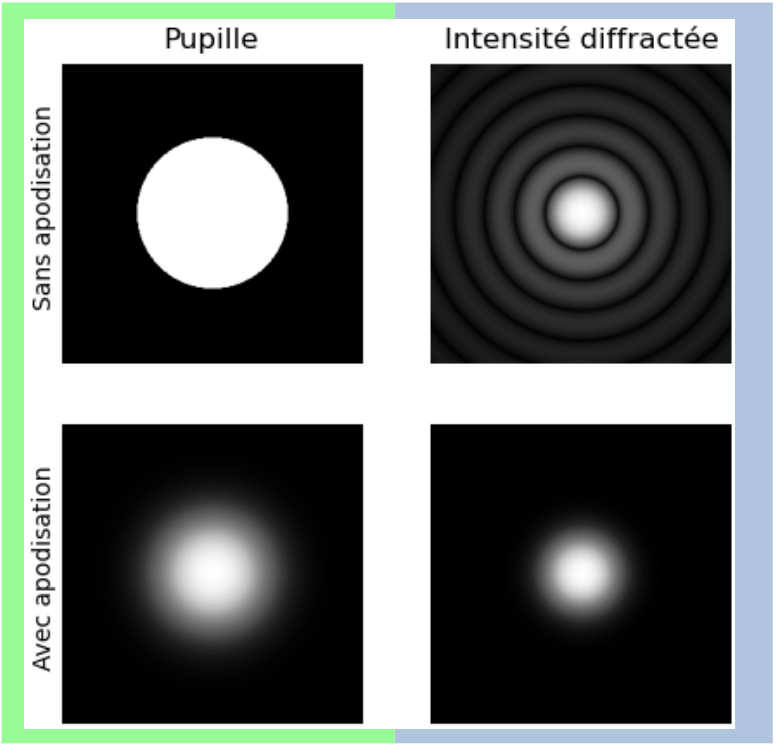
Apodisation de pupille

Pour modifier la distribution d'intensité diffractée, on modifie l'écran diffractant.

1/ On peut modifier la transmission de l'écran diffractant : $|t(x,y)| \neq 1$

2/ On peut modifier la phase de l'écran diffractant : $t(x,y) = e^{i\varphi(x,y)}$

$$E(X,\, Y,\, t) = K_f\, \mathrm{TF}\,[E_S \;\; \boldsymbol{t} \;\; \Pi_{\mathscr{T}}]\,(k_{Xf},\, k_{Yf})$$



Intérêt : suppression des ailes de la diffraction

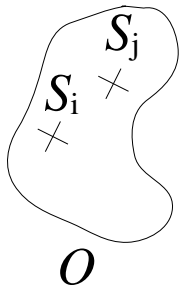
Inconvénient : élargissement de la tache centrale

Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d'intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d'un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

Objet-source étendu incohérent spatialement

Objet-source *O* étendu incohérent spatialement
=
Superposition de sources ponctuelles incohérentes S_i



1/ On décrit la source

2/ On calcule l'intensité diffractée pour chaque source ponctuelle

3/ On sommes les intensités diffractées

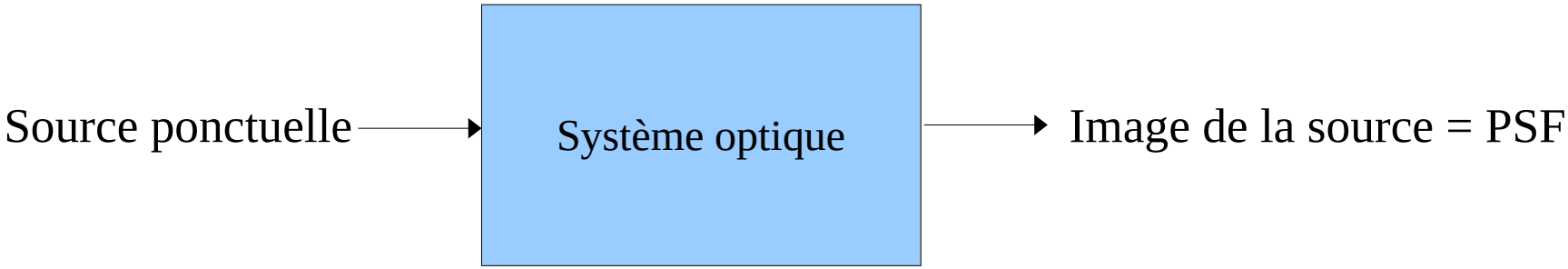
Image de *O* = Somme des Images de *S*i

Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d'intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d'un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

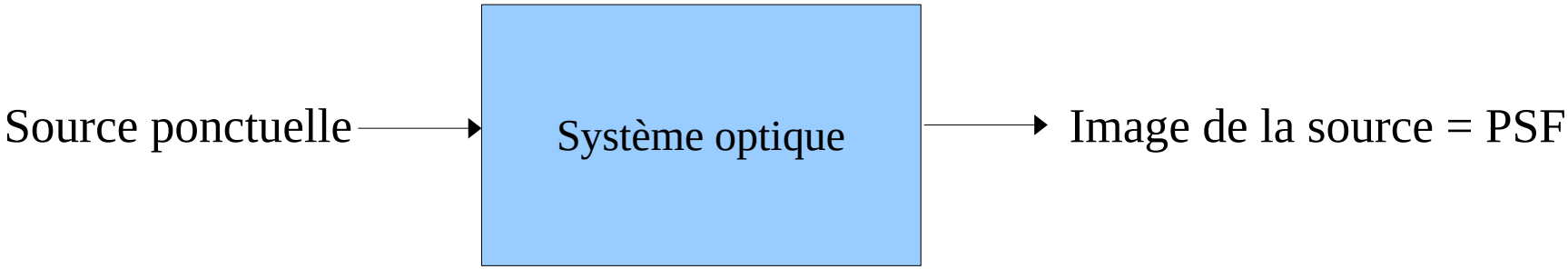
Point Spread function = fonction d'étalement de point

PSF ou FEP = $| FT [P] |^2$ = réponse impulsionnelle d'un système optique



Point Spread function = fonction d'étalement de point

PSF ou FEP = | FT [P] |^2 = réponse impulsionnelle d'un système optique



Si la PSF est la même dans tout le champ d'observation

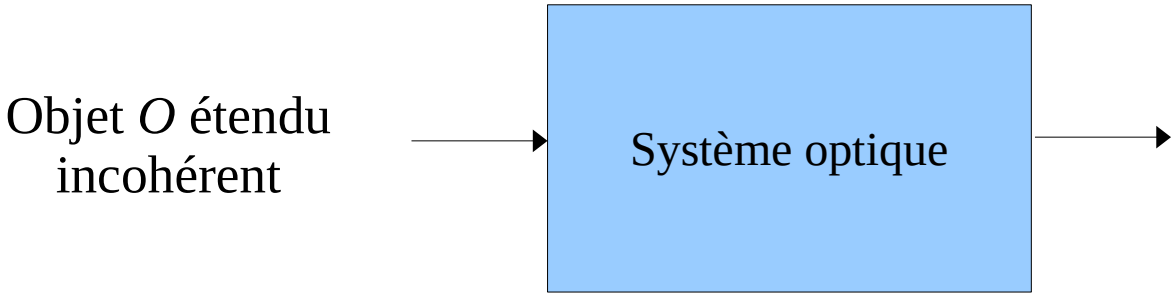


Image = *O* * PSF

* est la convolution

Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d'intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d'un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

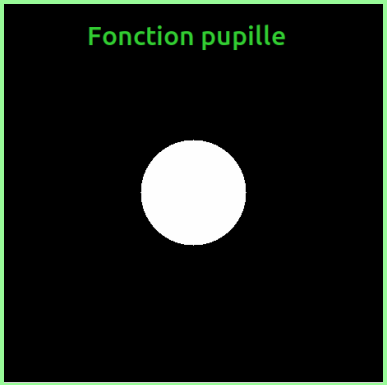
Fonction d'autocorrélation de pupille et FTO

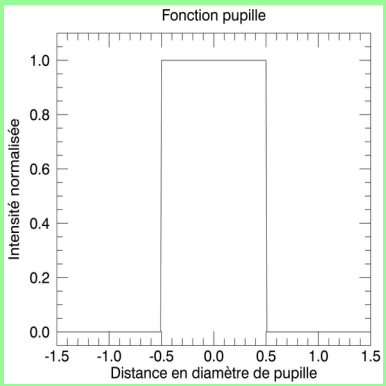
Coordonnées dans le plan pupille : (u,v)

Fonction pupille : $P(u,v)$

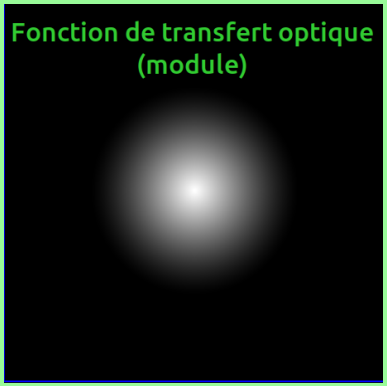
Fonction d'autocorrélation de la pupille = P * P = **FTO** = Fonction de transfert optique

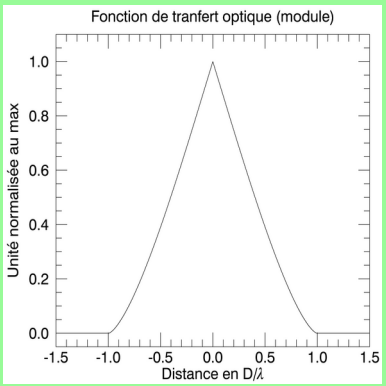
$$\mathrm{FTO}(u,v) = \iint P^*(u',v')\,P(u'-u,v'-v)\,\mathrm{d}u'\,\mathrm{d}v'$$





Autocorrélation





Fonction de transfert optique, de modulation et de phase

$$\mathrm{FTO}(u,v) \iint P^{*}(u',v')\,P(u'-u,v'-v)\,\mathrm{d}u'\,\mathrm{d}v'$$

Fonction de transfert optique = Fonction de transfert de modulation $\times$ $e^{i \text{ Fonction de transfert de phase}}$

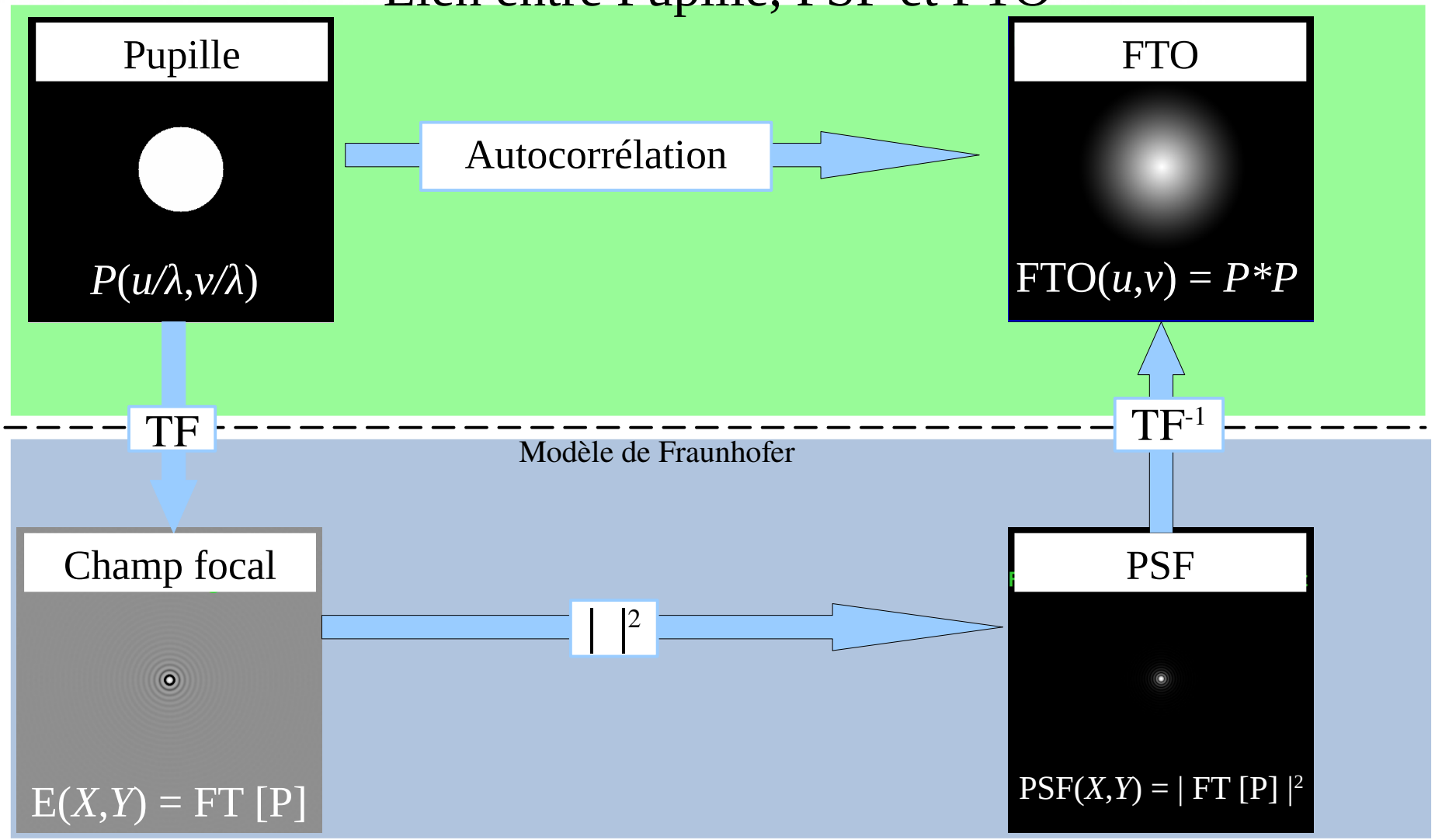
Nombre complexe — Nombre réel positif — Nombre réel

$$\mathrm{FTM} = |\mathrm{FTO}|$$

Plan

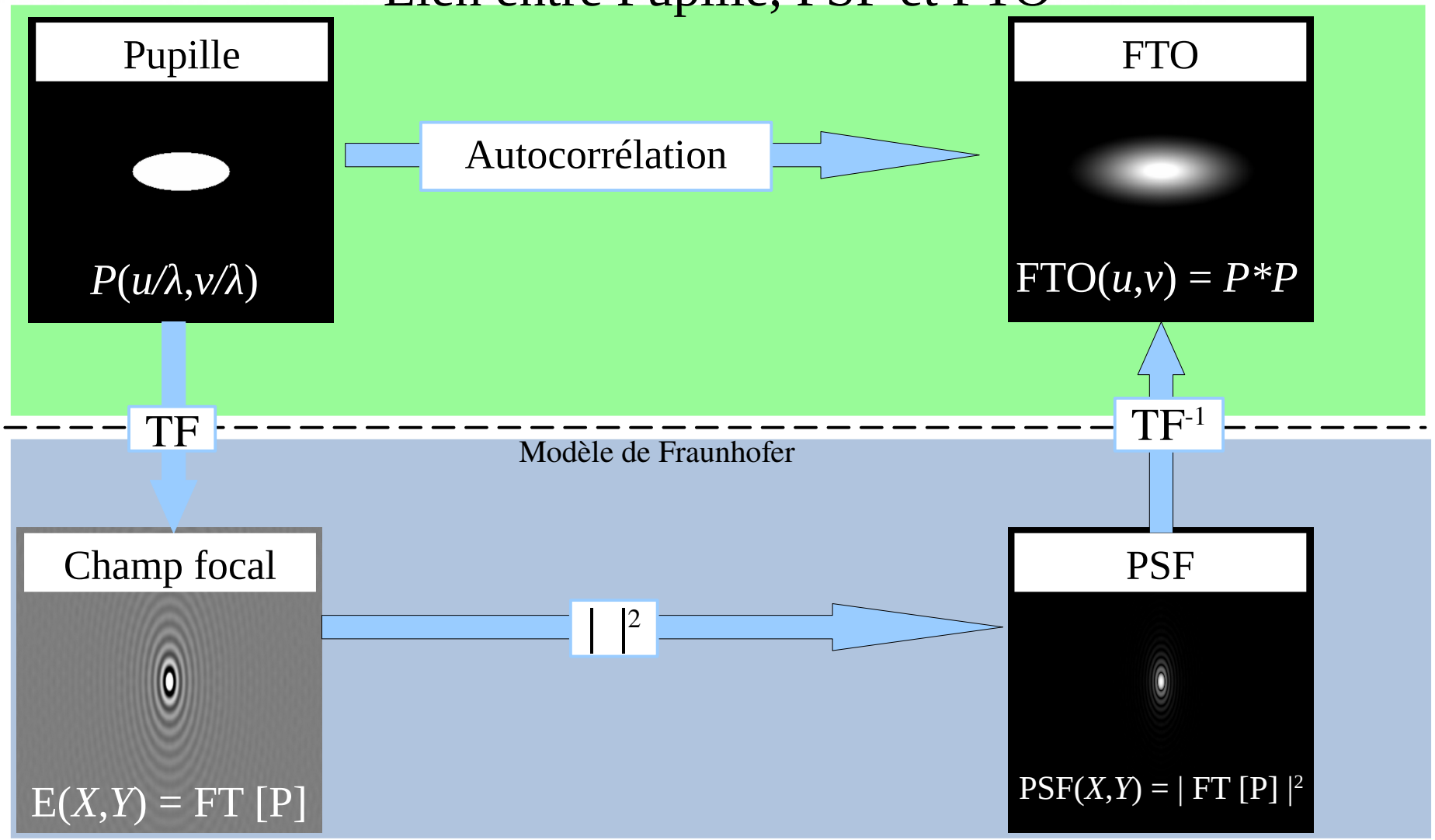
- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d'intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d'un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

Lien entre Pupille, PSF et FTO



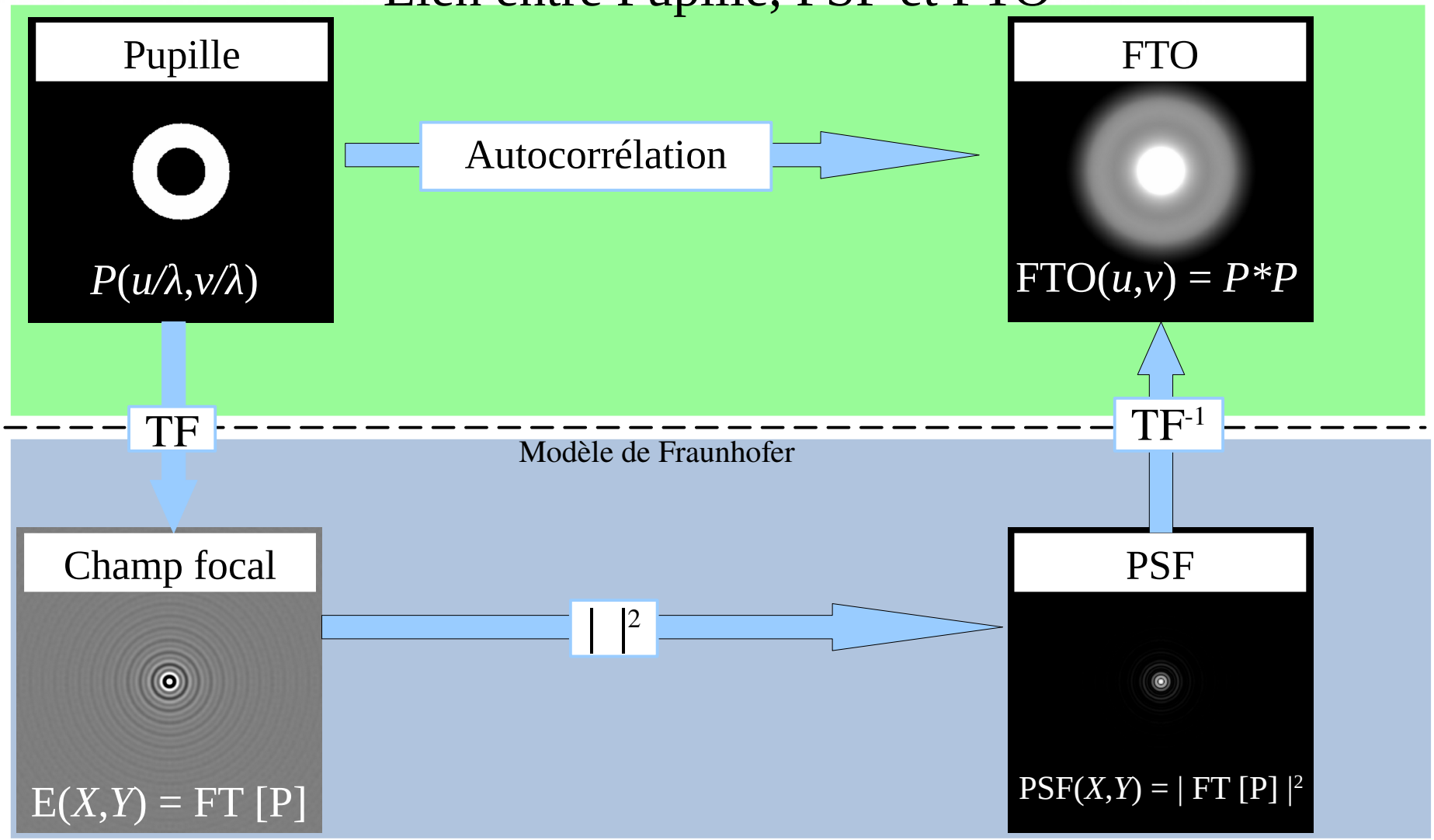
PSF = TF de la fonction d'autocorrélation de la pupille

Lien entre Pupille, PSF et FTO



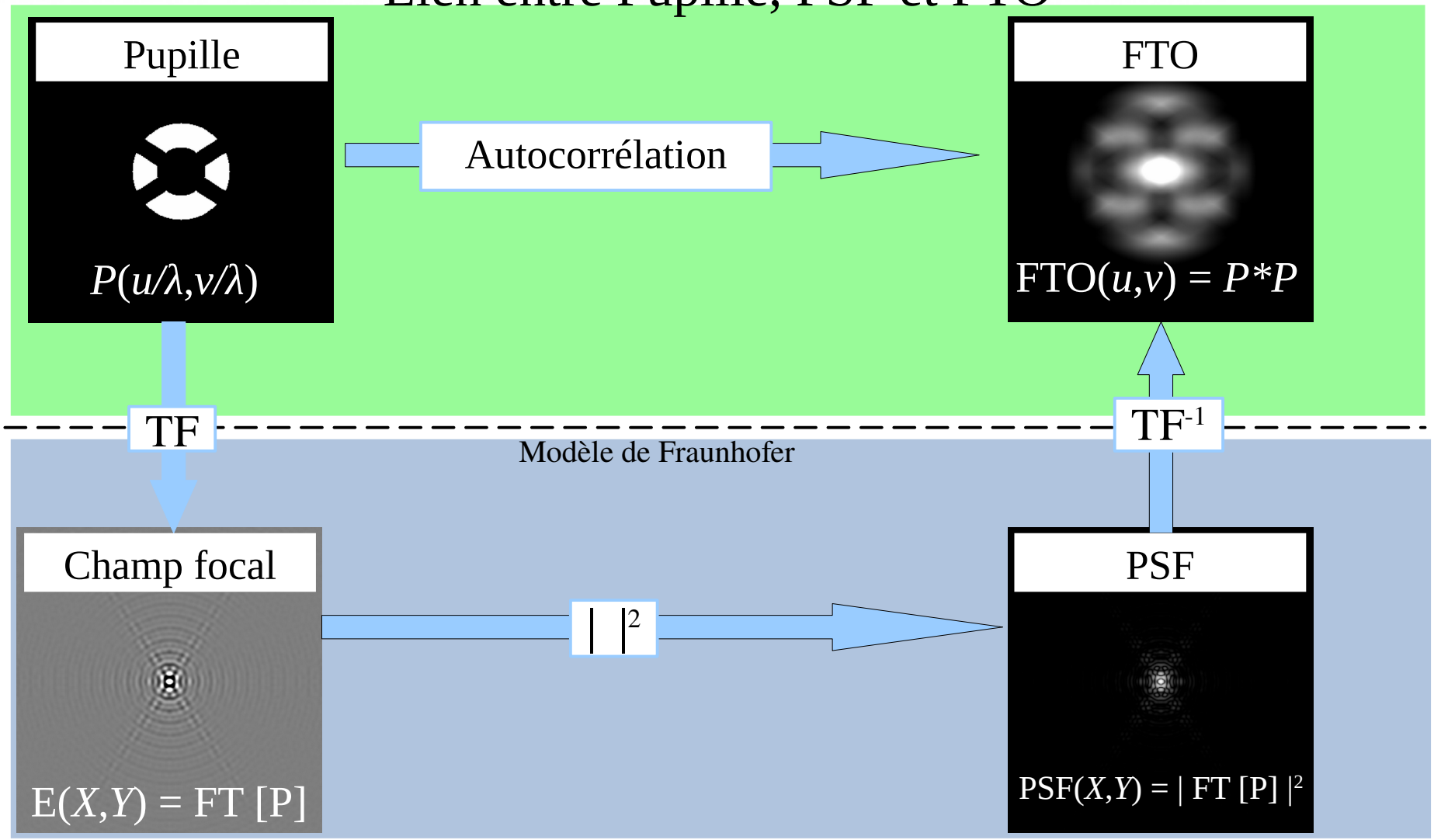
PSF = TF de la fonction d'autocorrélation de la pupille

Lien entre Pupille, PSF et FTO



PSF = TF de la fonction d'autocorrélation de la pupille

Lien entre Pupille, PSF et FTO

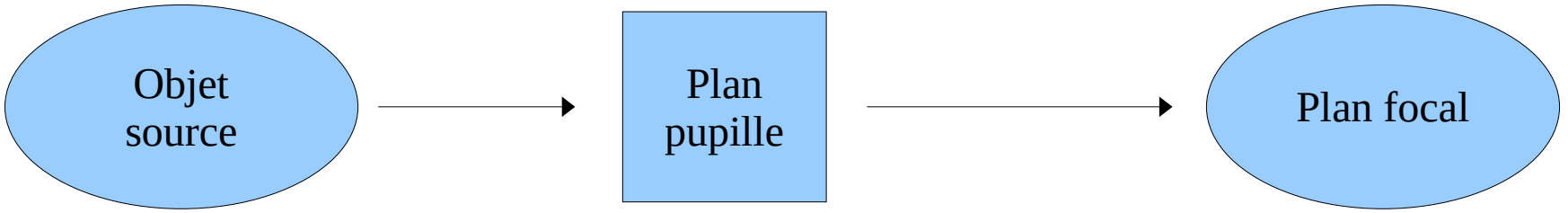


PSF = TF de la fonction d'autocorrélation de la pupille

Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d'intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d'un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

Système optique = Filtre passe-bas

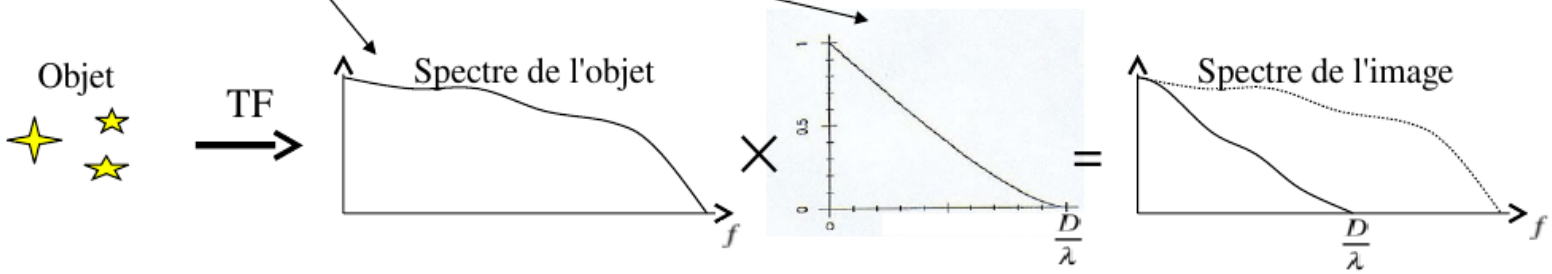


Espace direct

Espace dual
Espace fréquentiel de l'objet

Espace direct
Espace fréquentiel de la pupille

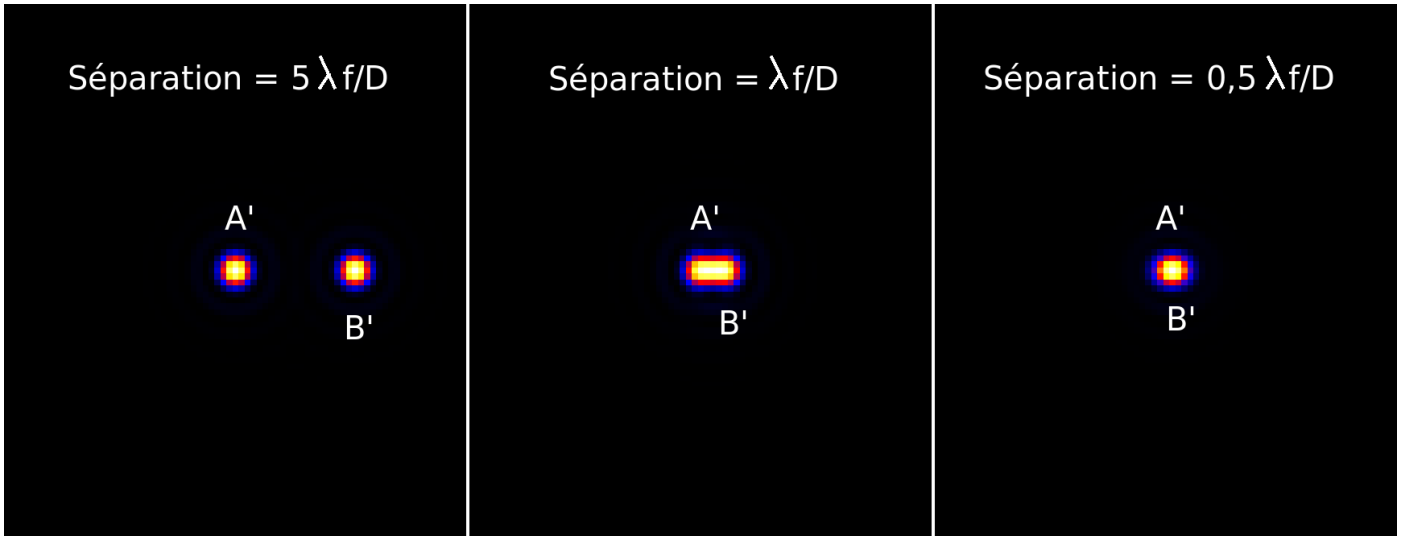
$$S(u,v) = \mathrm{TF}^{-1}\left(I(\alpha,\beta)\right)$$
$$= \mathrm{TF}^{-1}\left(O(\alpha,\beta)\right)\times \mathrm{FTO}(u,v)$$



Système optique = Filtre passe-bas de fréquence de coupure D/λ

Pouvoir de résolution

Voici les images obtenues en observant deux sources ponctuelles incohérentes

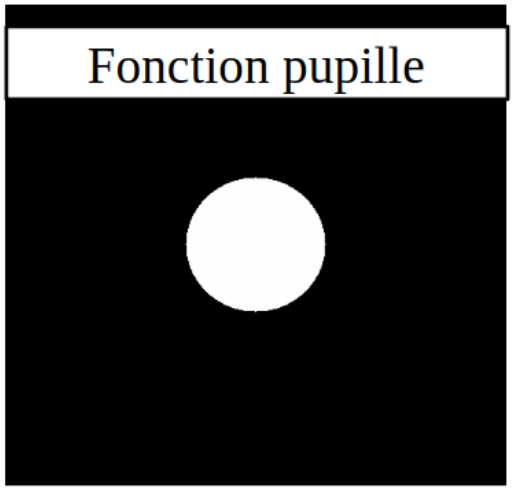


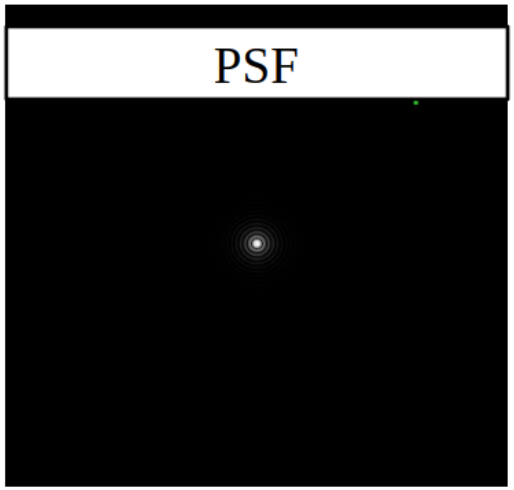
Objets résolus | Objets résolus | Objets non résolus

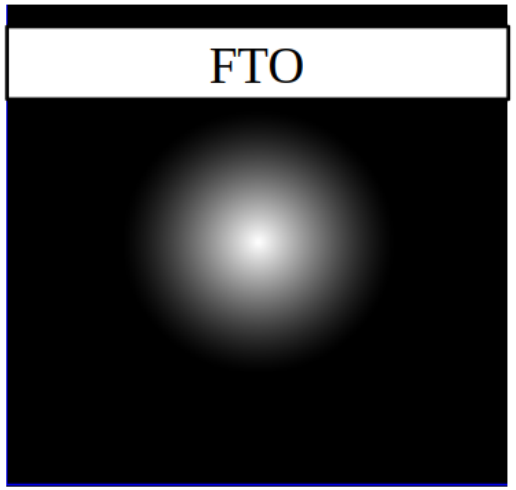
Critère de Rayleigh

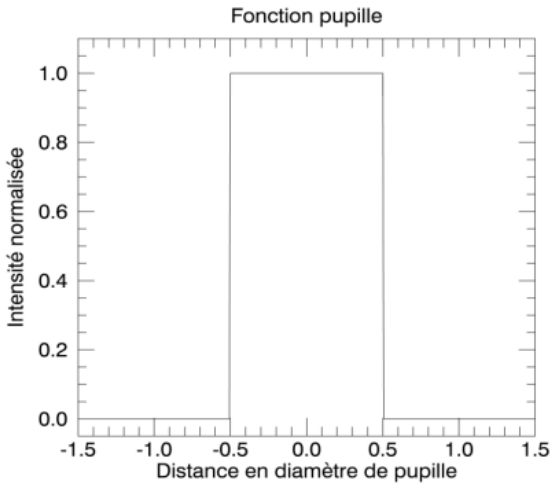
Plus petite séparation détectable = largeur à mi-hauteur de la tache de diffraction

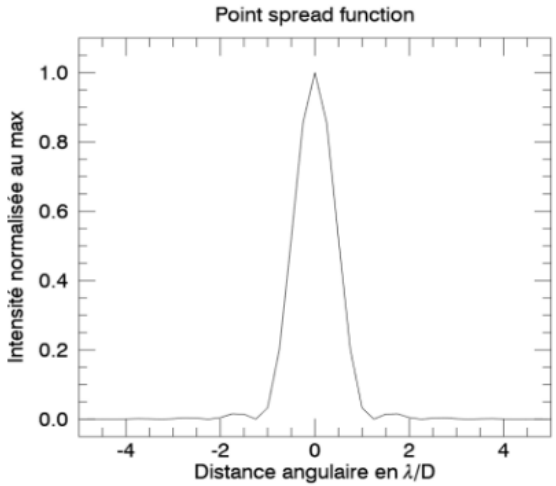
Fonction pupille, PSF et FTO : pupille circulaire pleine

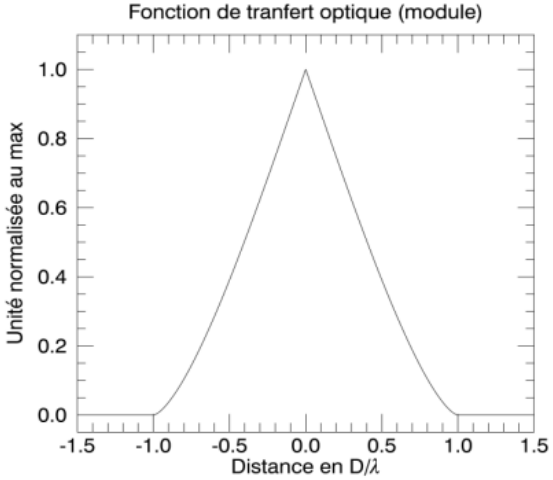




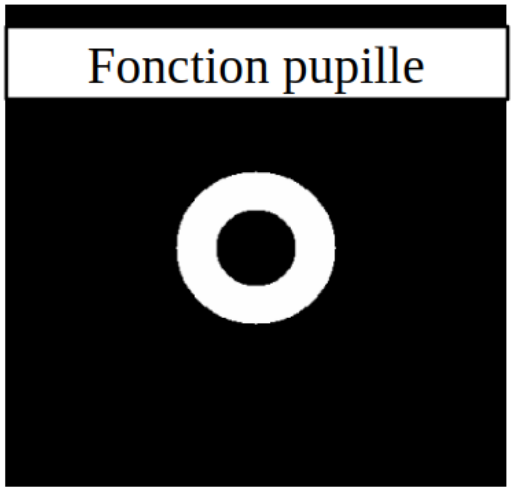


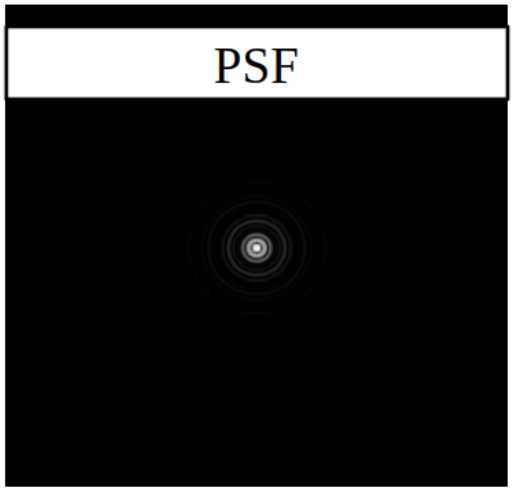


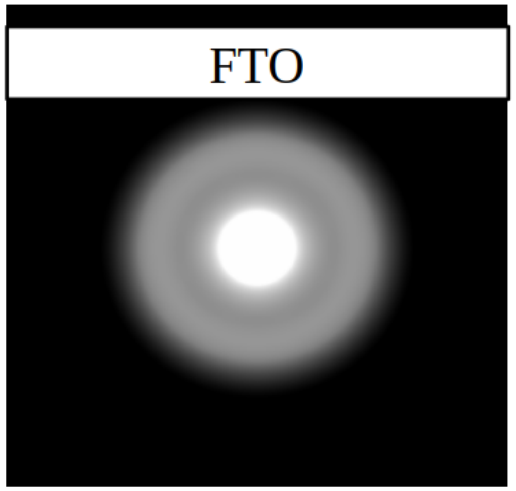


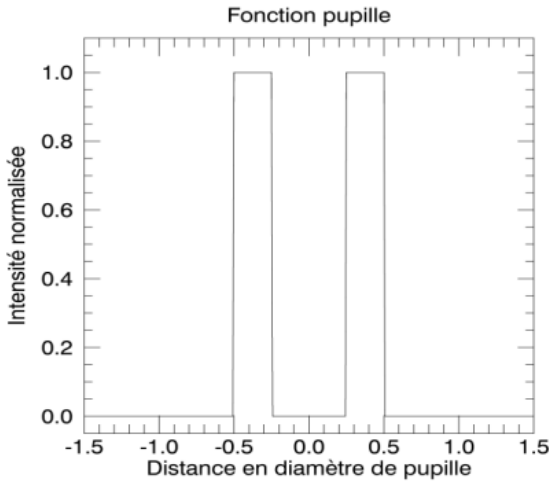


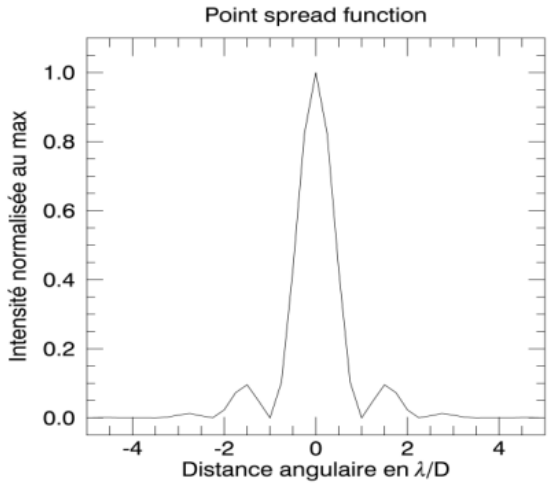
Fonction pupille, PSF et FTO : pupille circulaire obstruction

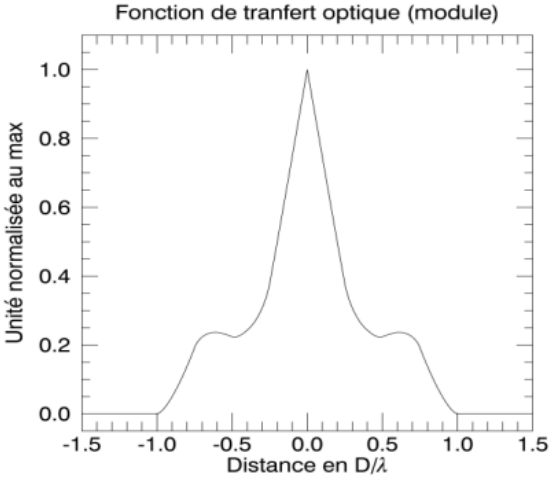












Conclusions sur la FTO de l'instrument « parfait »

Système optique = Filtre passe-bas de fréquence de coupure D/λ

La résolution angulaire peut dépendre de l'orientation

Il faut connaître son instrument pour interpréter l'image

FTO et pupille → espace des fréquences spatiales de l'objet

Image → espace direct car image de l'objet

Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d'intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d'un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

Aberrations optiques

Les aberrations optiques font références aux :

- avances/retards de phase sur la section du faisceau → phase de l'onde
- variations de transmission d'intensité sur la section du faisceau

Très souvent, on ramène toutes les aberrations du système optique dans la pupille avec une aberration de transmission et une aberration de phase

Champ électrique dans la pupille :

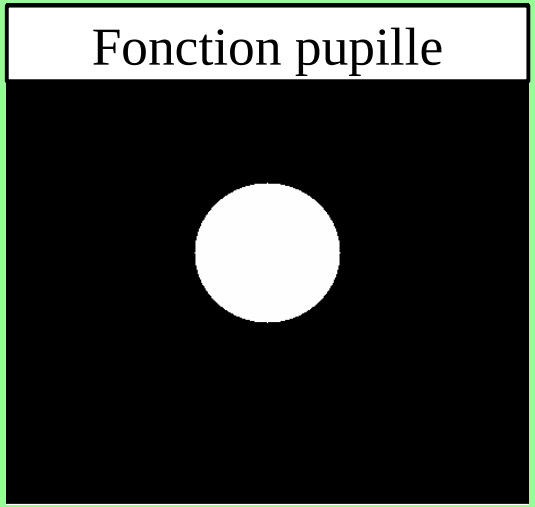
$$\psi(u,v) = P(u,v)\, a(u,v)\, \exp[i\, \varphi(u,v)]$$

Raisons possibles des aberrations optiques :

- Optique de mauvaise qualité (ex : champ de vue limité)
- Optique dont le positionnement est contraint (ex : limiter l'encombrement)
- Mauvais alignement optique

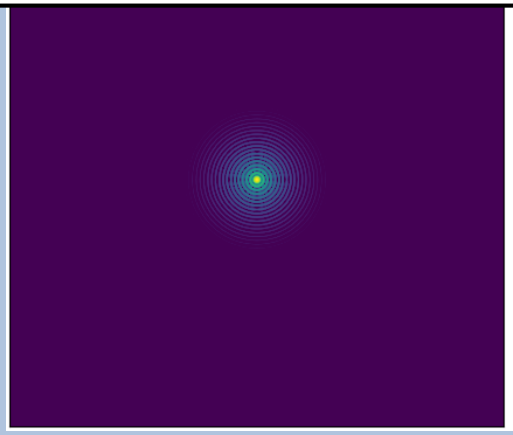
Impact des aberrations : aberrations statiques, focus

Fonction pupille

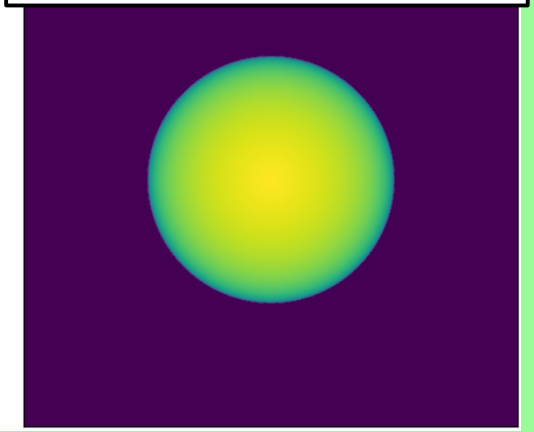


Sans aberration

PSF instrument

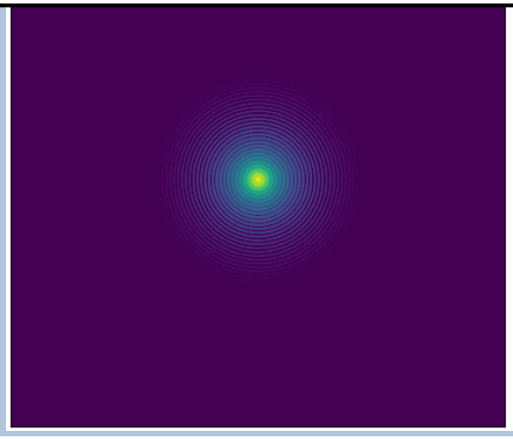


FTO instrument

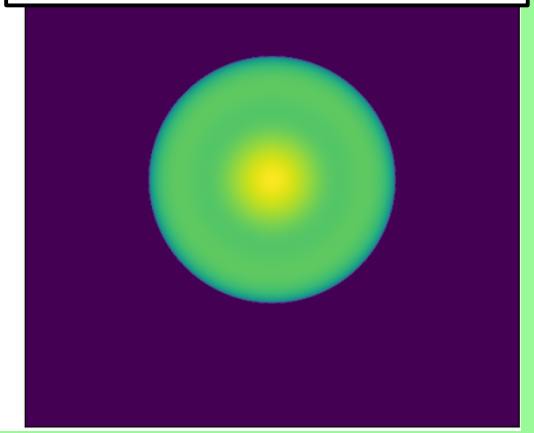


Avec du focus

PSF

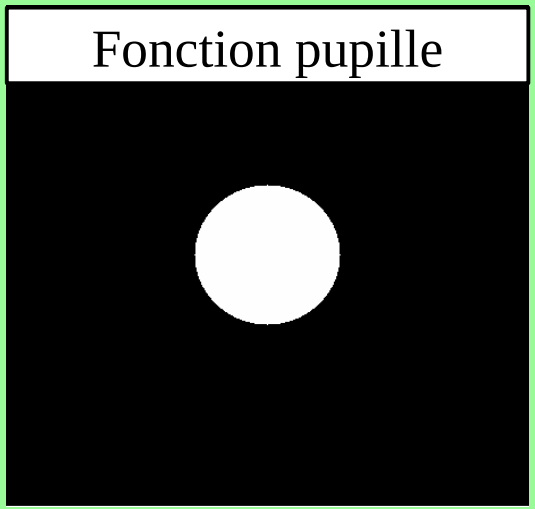


FTO



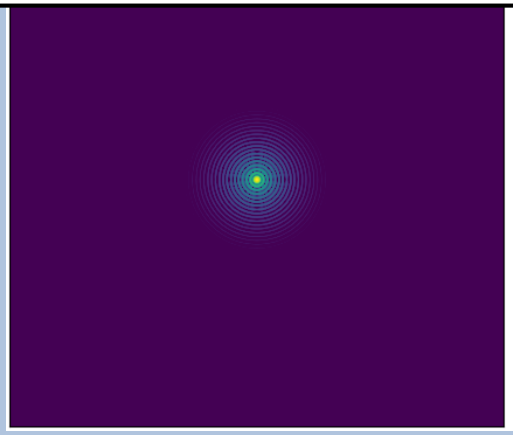
Impact des aberrations : aberrations statiques, astigmatisme

Fonction pupille

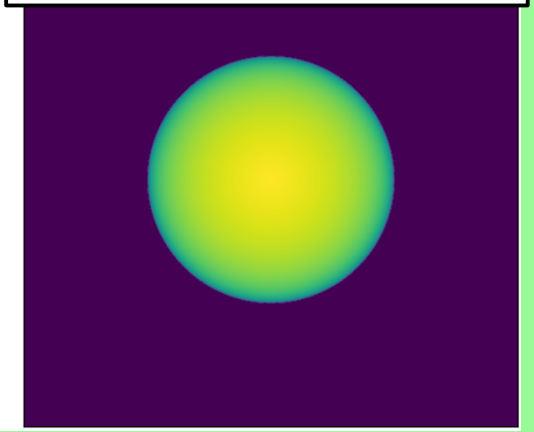


Sans aberration

PSF instrument

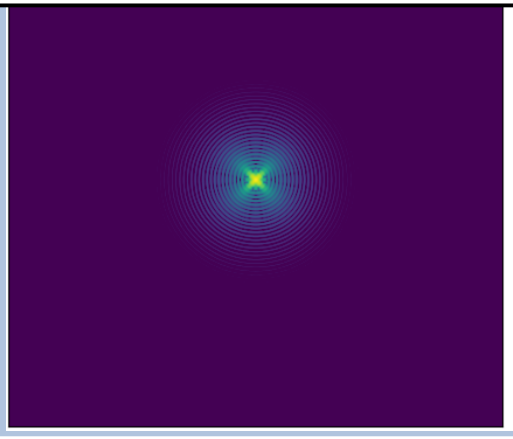


FTO instrument

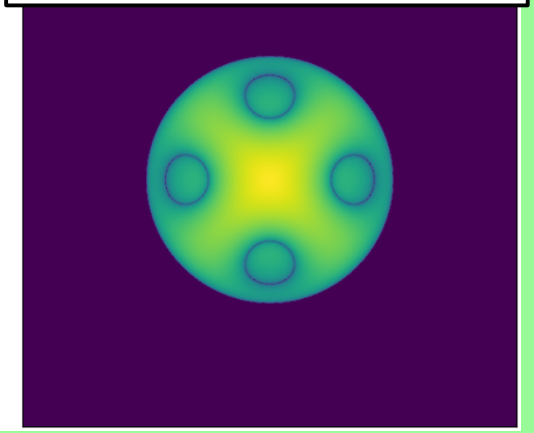


Avec de l'astigmatisme

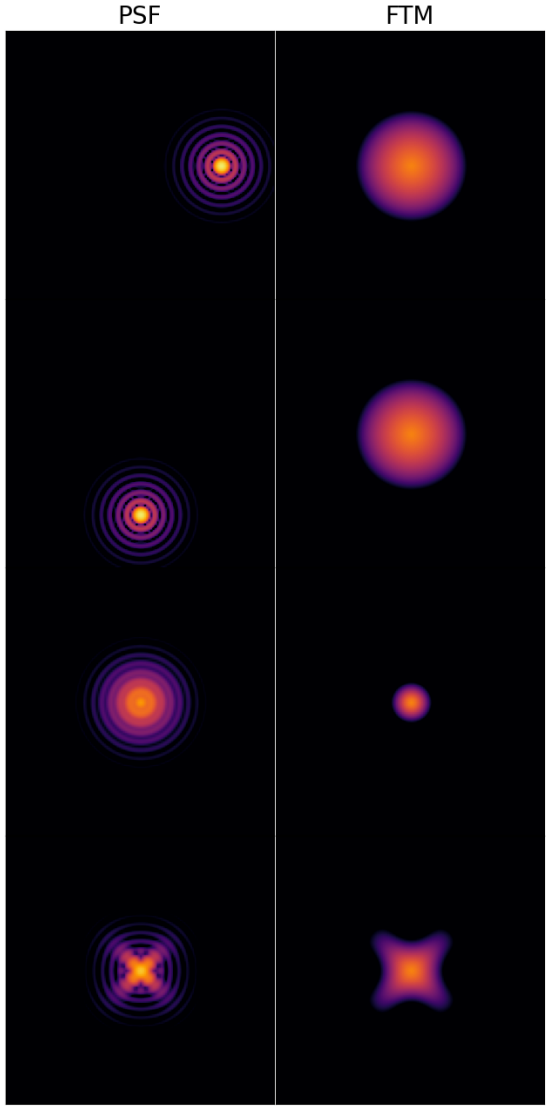
PSF

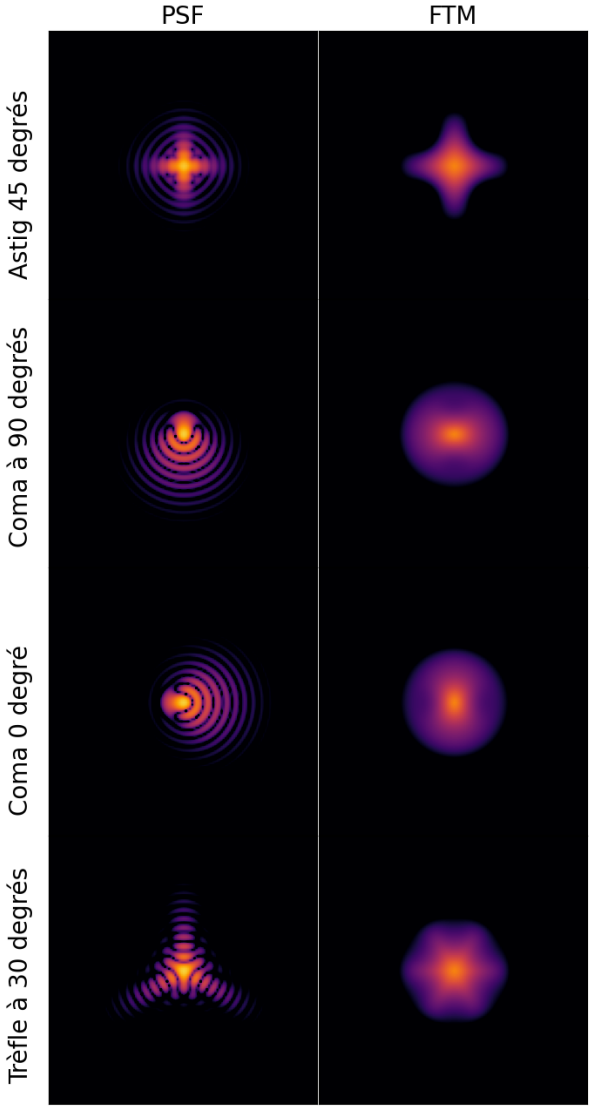


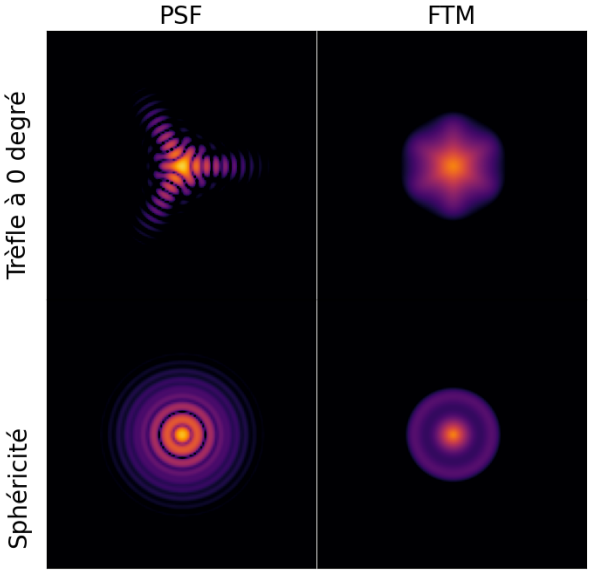
FTO



Impact des aberrations : quelques polynômes de Zernike

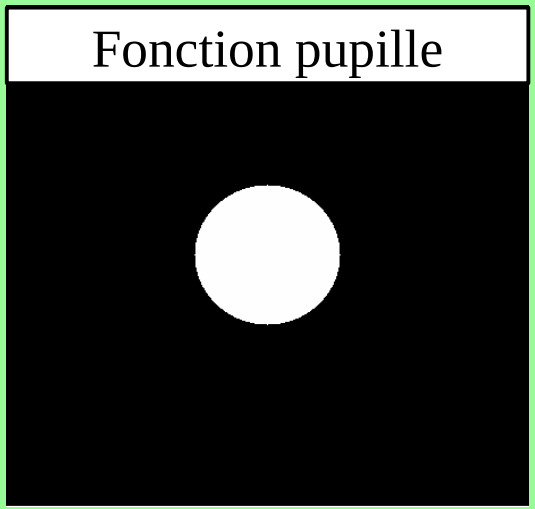






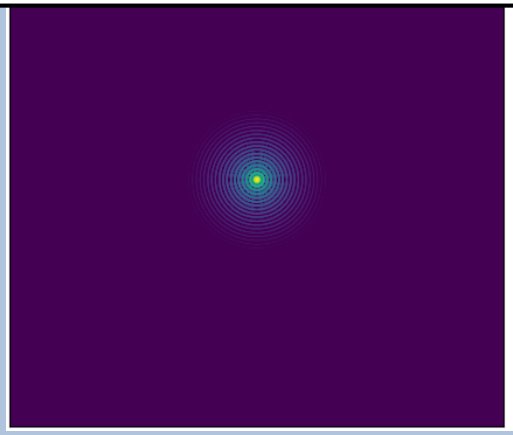
Impact des aberrations : aberrations statiques quelconque

Fonction pupille

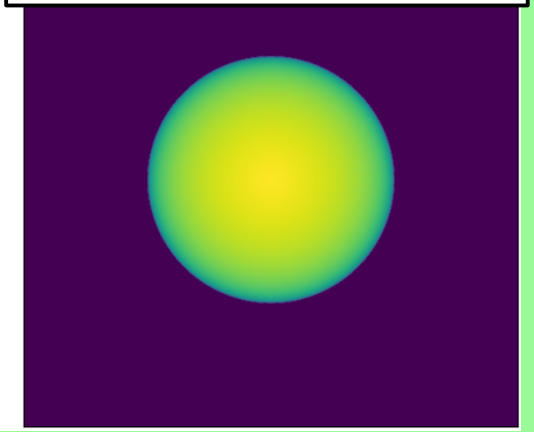


Sans aberration

PSF instrument

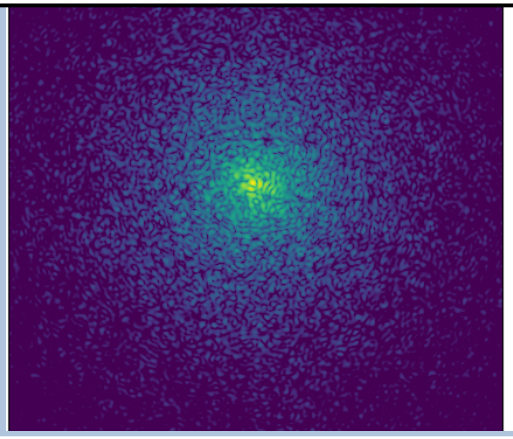


FTO instrument

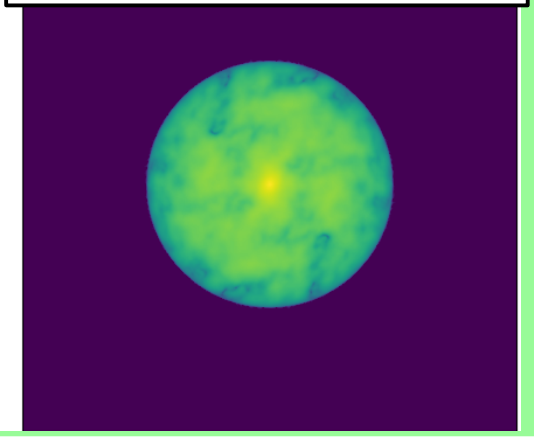


Avec une aberration qcq

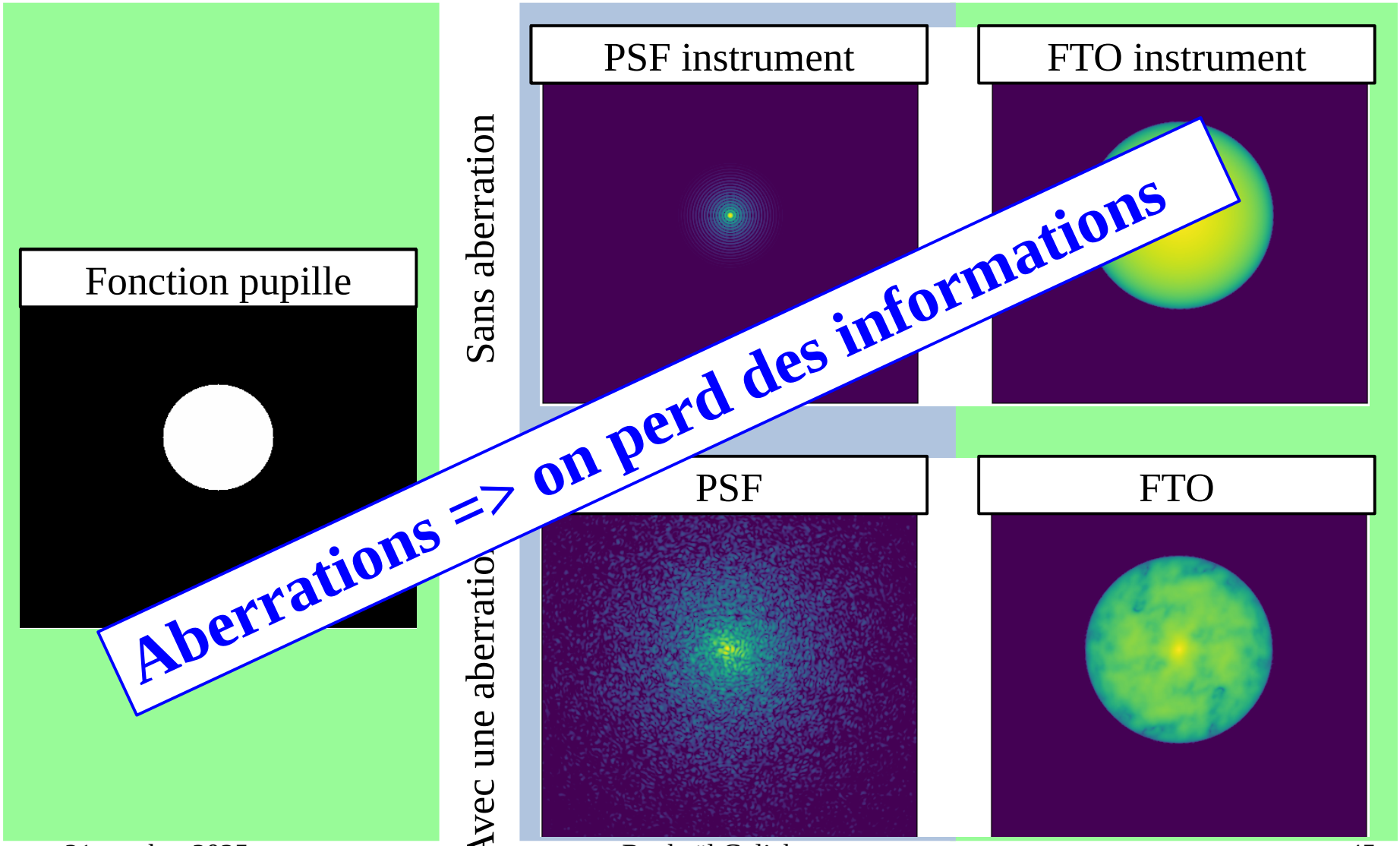
PSF



FTO



Impact des aberrations : aberrations statiques quelconque

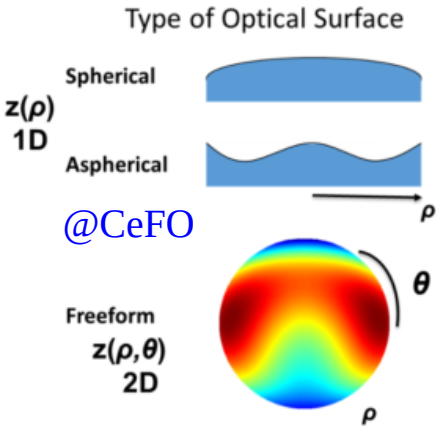


Freeform optics

Objectif : compenser les aberrations optiques statiques

→ Une solution : Freeform optics

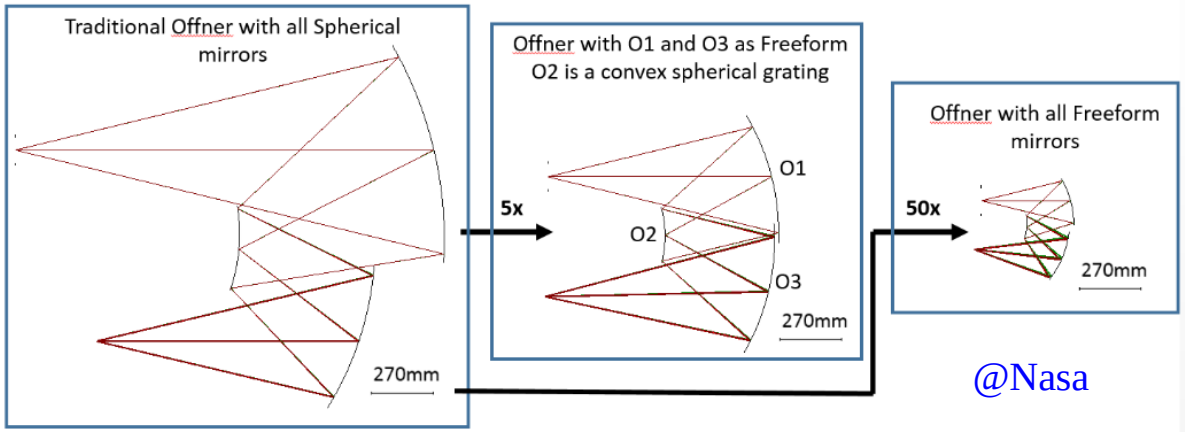
optiques sans axe ou centre de symétrie



@CeFO

Des informations sur https://centerfreeformoptics.org/

Exemple de réduction de l'encombrement :

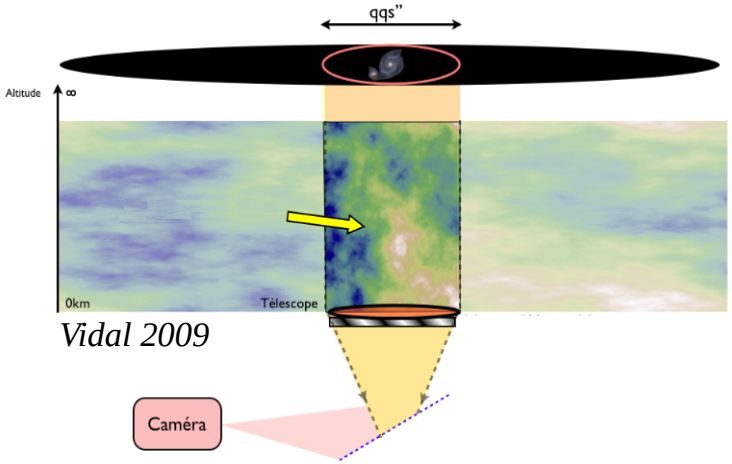


@Nasa

Plan

- Diffraction
  - Rappels cours 1
  - Théorème de Babinet
  - Méthodologie : comment obtenir la distribution d'intensité diffractée
  - Ouverture rectangulaire
  - Ouverture circulaire
  - Apodisation de pupille
  - Image d'un objet étendu incohérent
- Fonction de transfert optique
  - Définition PSF
  - Autocorrélation de la fonction pupillaire et FTO
  - Lien entre FTO, PSF et fonction pupillaire
  - Pouvoir de résolution, instrument mono-pupille est un passe-bas
- Impact des aberrations
  - Aberrations statiques
  - Aberrations dynamiques (turbulence atmosphérique)

L'atmosphère terrestre : perte de résolution angulaire



Vidal 2009

Champ électrique dans la pupille :

$\psi(u,v) = P(u,v)\, a(u,v,t) \exp[i\, \varphi(u,v,t)]$

Champ électrique incident sur la pupille d'entrée de l'instrument (au sol) :

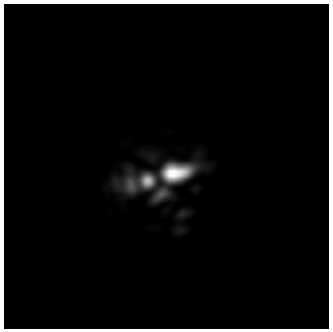
- effet dominant : fluctuations de la phase de l'onde → $\varphi(u,v,t)$

- effet secondaire : fluctuations d'amplitude de l'onde (scintillation) → $a(u,v,t)$

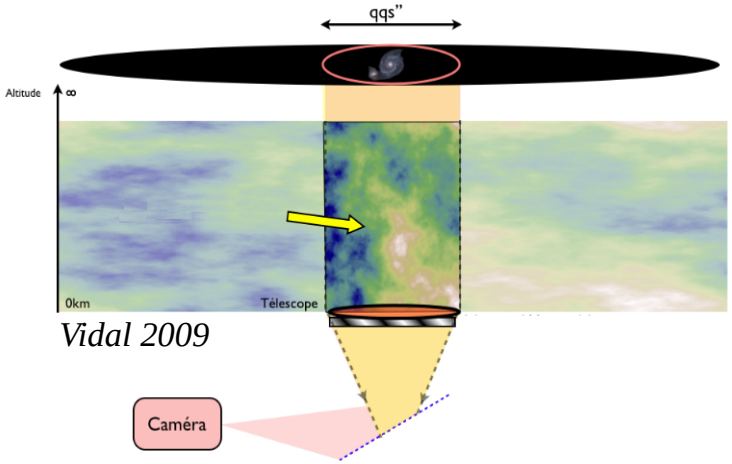
Temps caractéristique de stabilité de la phase ~ **qq ms**

Dégradation de l'image

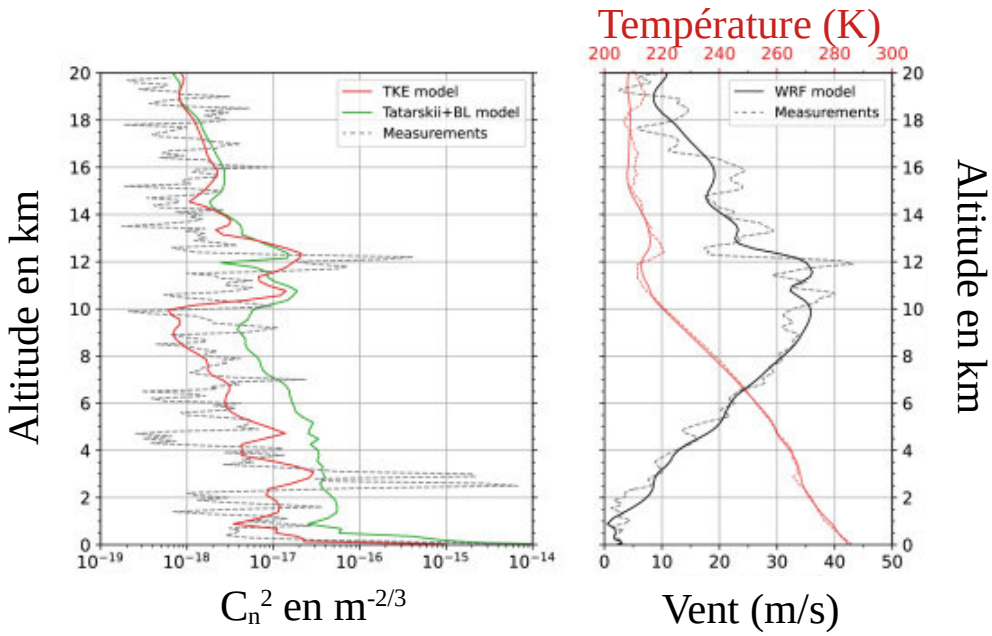
Image d'une étoile →



Modèle de la turbulence atmosphérique



Vidal 2009



Un modèle souvent utilisé :

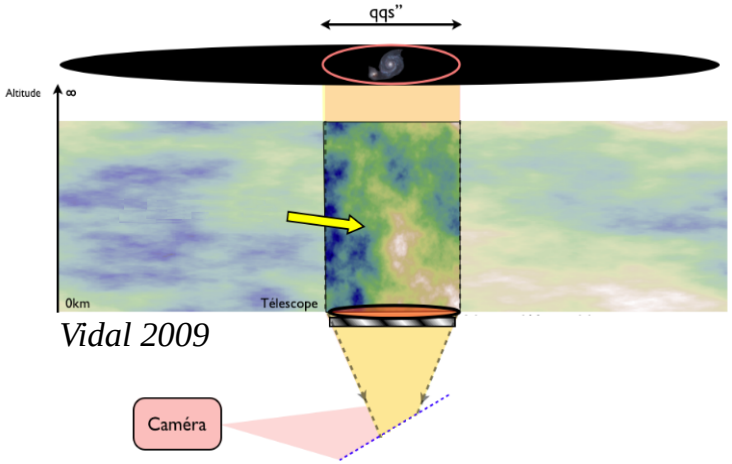
- **Plusieurs couches** turbulentes
- Turbulence de type **Kolmogorov** (1941)

Nrj cinétique de particules = $E_c(\kappa) \propto \kappa^{5/3}$ avec κ la fréquence spatiale

Indice optique = fonction de température et concentration en vapeur d'eau

Spectre de puissance des varations d'indice optique : $\Phi_N(\kappa) = 0{,}033\, C_n^2 \kappa^{-11/3}$

Fonction de transfert de la turbulence atmosphérique



Vidal 2009

Fonction de transfert optique, **FTO, turbulente longue pose** :

$$\langle \tilde{S}(f) \rangle \simeq \exp\left(\frac{-1}{2} D_\varphi(|\lambda f|)\right) T(f)$$

T(f) = fct transfert du télescope (avec aberrations)

$D_\varphi(|\lambda f|)$ = **fct de structure** de la phase turbulente

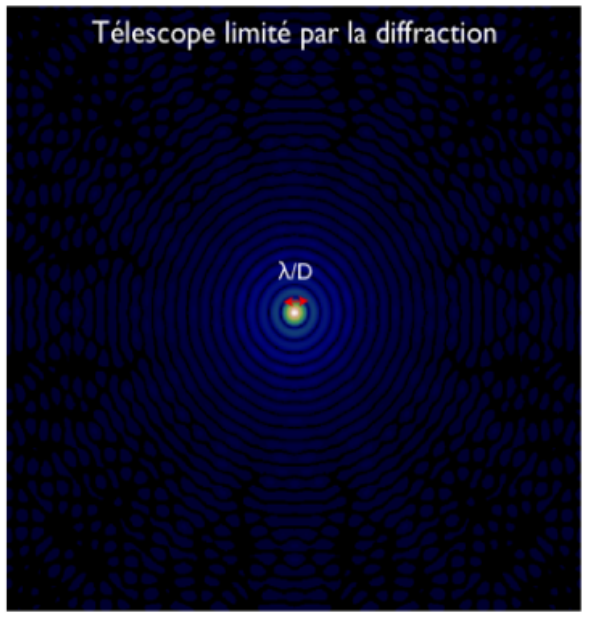
Avec $D_\varphi(|\vec{\rho}|) = \left\langle \left(\varphi(\vec{r}) - \varphi(\vec{r}+\vec{\rho})\right)^2 \right\rangle_{\vec{r}} \simeq 6,88 \left(\frac{|\vec{\rho}|}{r_0}\right)^{\frac{5}{3}} \propto \lambda^{-2} \Rightarrow \varphi \propto \lambda^{-1}$

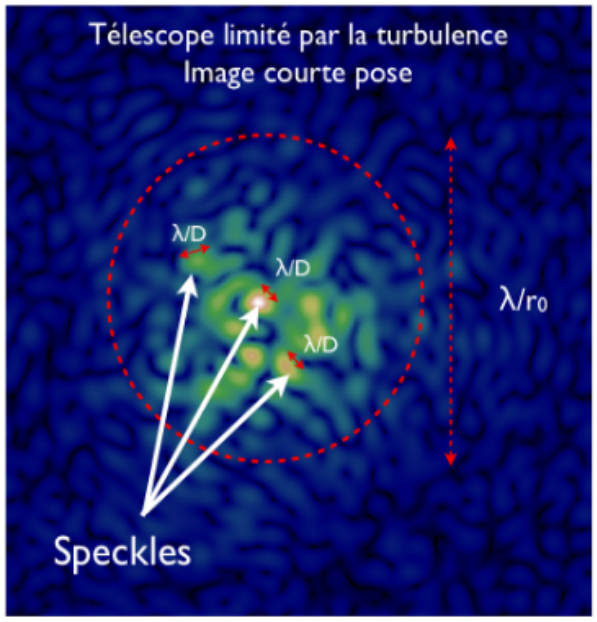
différence de marche ~ achromatique

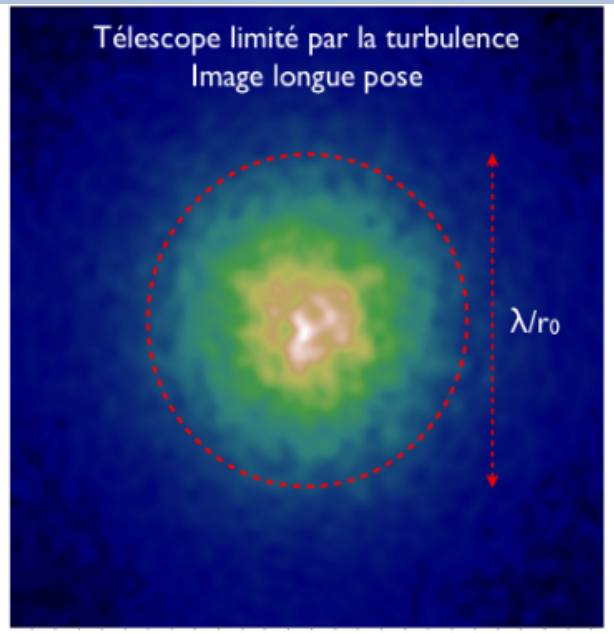
Effet de la turbulence atmosphérique sur l'image

Point spread function : image d'un point objet situé à l'infini

Vidal 2009







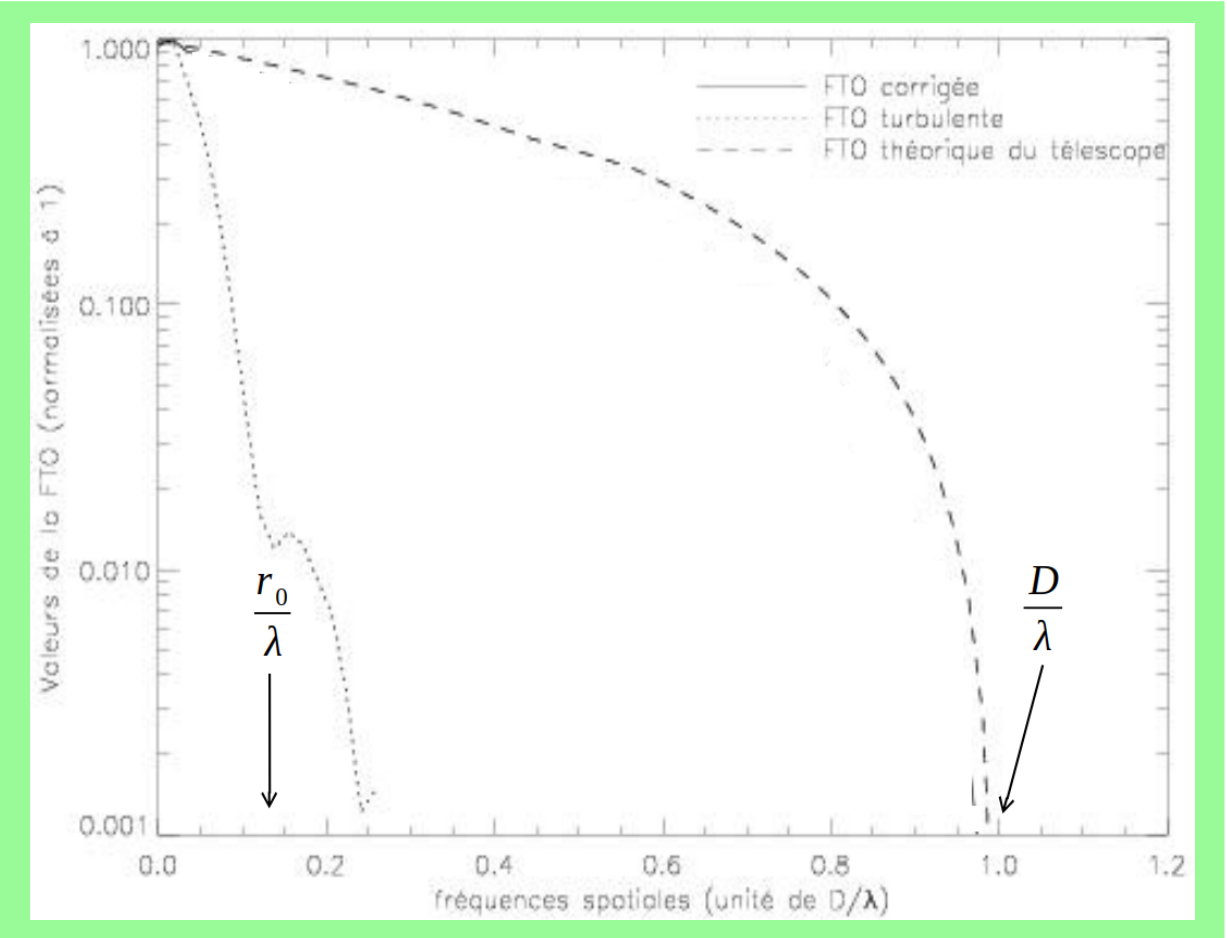
Vidéo de PSF et MTF en courte pose et longue pose

Résolution angulaire = λ/r_0 en présence de turbulence

r_0 = paramètre de Fried $\alpha\ \lambda^{6/5}$

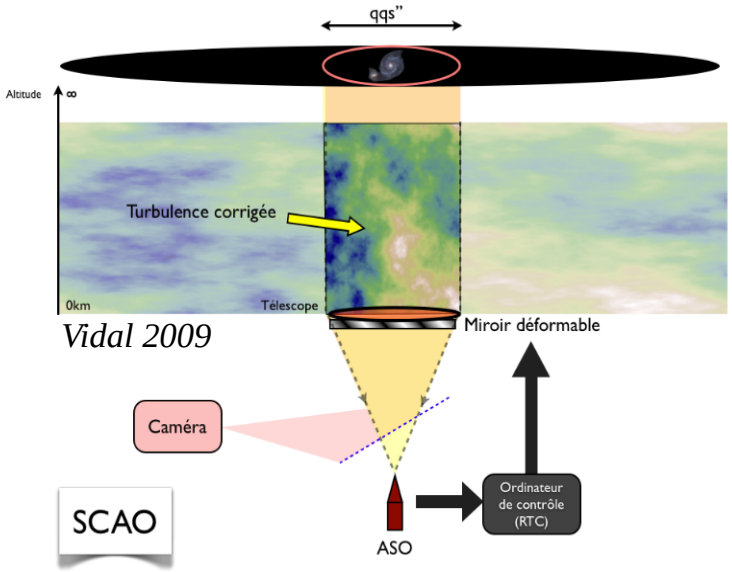
r_0 = diamètre équivalent du télescope qui donnerait la résolution observée ~ 20cm

Fonction de transfert optique



Atmosphère → filtre passe-bas

Principe de l'optique adaptative



Vidal 2009

Optique adaptative
=
Boucle de rétroaction

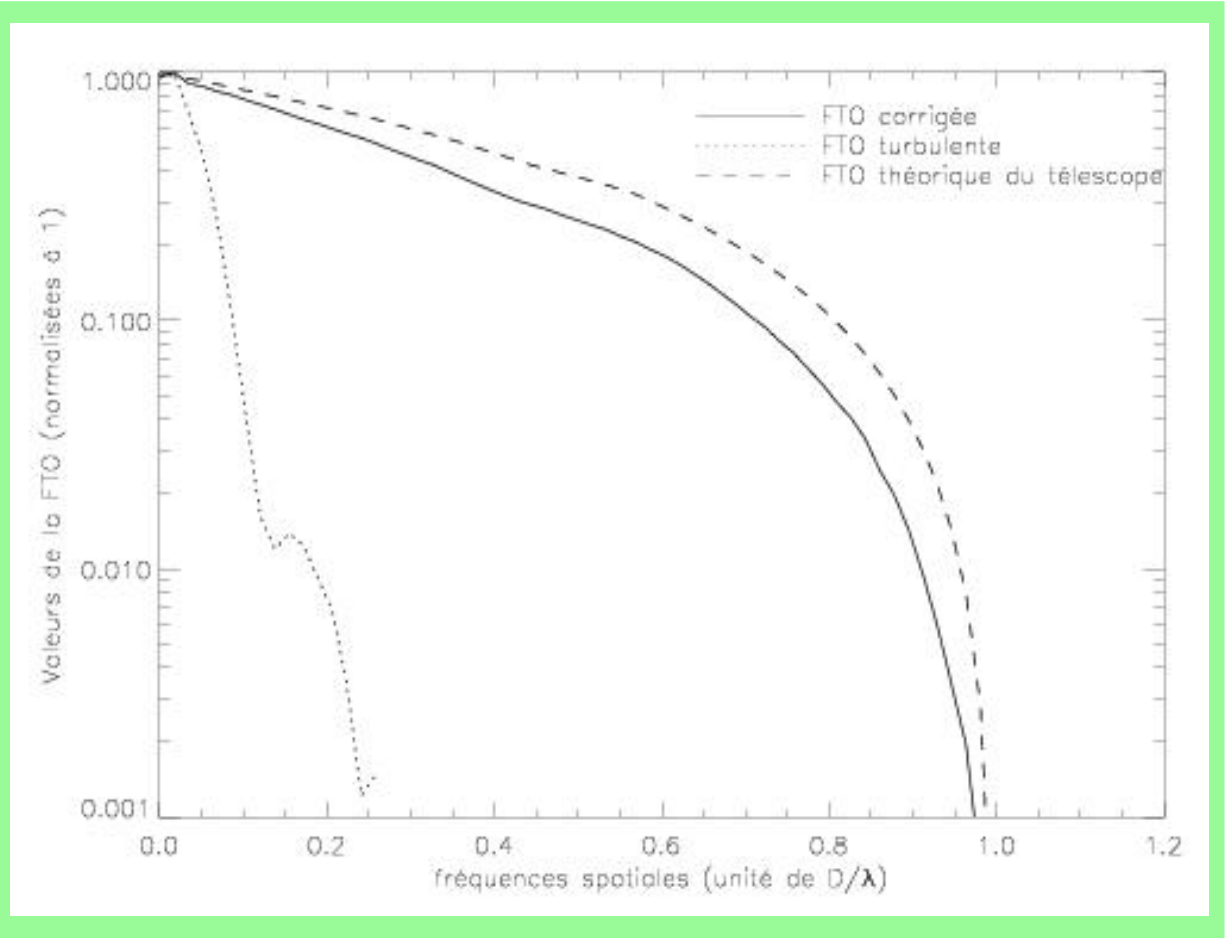
Turbulence ajoute des différences de marche quasi-achromatiques

Optique adaptative compense ces différences de marche en temps réel :

- 1ère étape : les mesurer → analyse de surface d'onde (ASO, WFS)
- 2ème étape : les compenser → contrôleur et correcteur optique

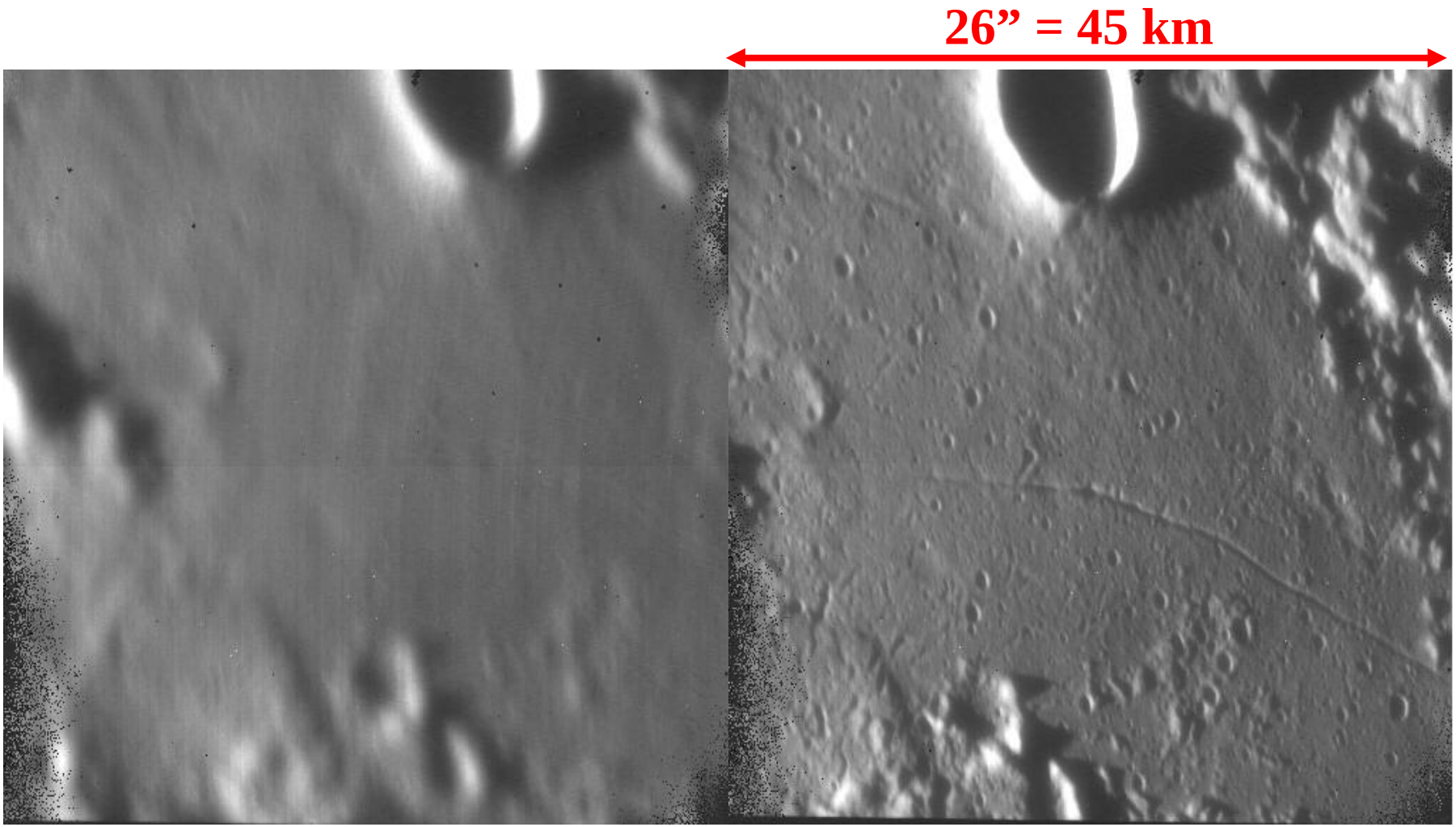
Pour introduire des différences de marche achromatiques → miroir déformable

Fonction de transfert optique avec et sans optique adaptative



Optique adaptative : spectre spatial restitué jusqu'à D/λ

Surface de la Lune à 2,3µm (Naos)



Sans OA

Avec OA

Conclusions

- Instrument optique = filtre passe bas
- Même information dans FTO et PSF
- Aberrations → phase et transmission
- Compensation des aberrations :
  - + Statiques → freeform optics
  - + Dynamique → optique adaptative

Fin du cours 2