



F01 : Principe Physique des observations

Cours : Fonction de transfert optique et optique adaptative

29 septembre 2025

M2 SUTS

Raphaël Galicher

[raphael.galicher @ obspm.fr](mailto:raphael.galicher@obspm.fr)



Université
Paris Cité



Plan

Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Fonction d'autocorrélation de pupille et FTO

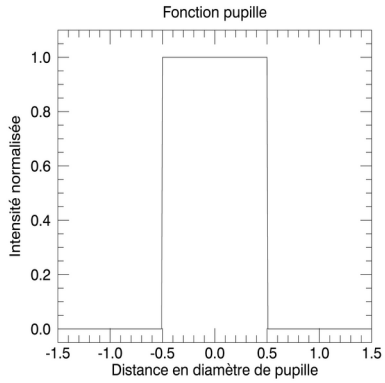
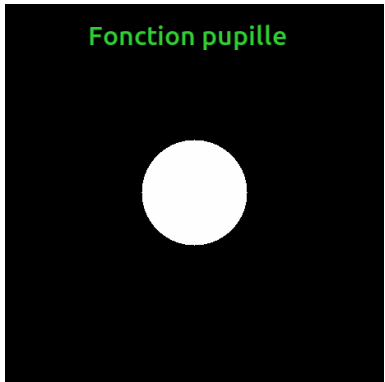
Coordonnées dans le plan pupille : (u,v)

Fonction pupille : $P(u,v)$

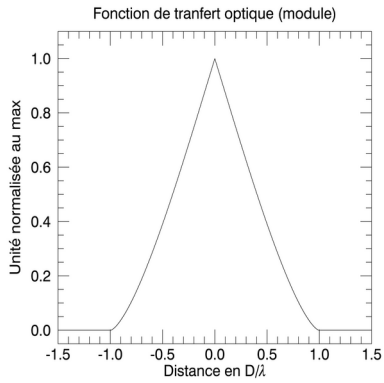
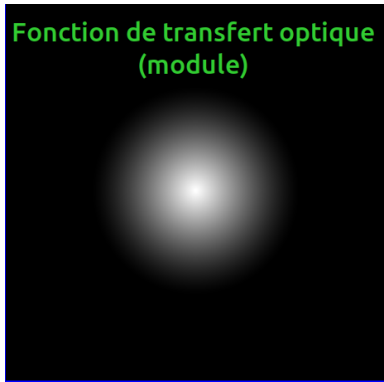
FTO
Fonction de transfert optique

Fonction d'autocorrélation de la pupille = $P * P =$ Fonction de transfert optique

$$FTO(u, v) = \iint P^*(u', v') P(u' - u, v' - v) du' dv'$$



Autocorrélation



Fonction de transfert optique, de modulation et de phase

$$\text{FTO}(u, v) = \iint P^*(u', v') P(u' - u, v' - v) du' dv'$$

Fonction de
transfert optique

=

Fonction de
transfert de
modulation

×

$e^{i \text{Fonction de
transfert de phase}}$

Nombre complexe

Nombre réel positif

Nombre réel

$$\text{FTM} = |\text{FTO}|$$

Plan

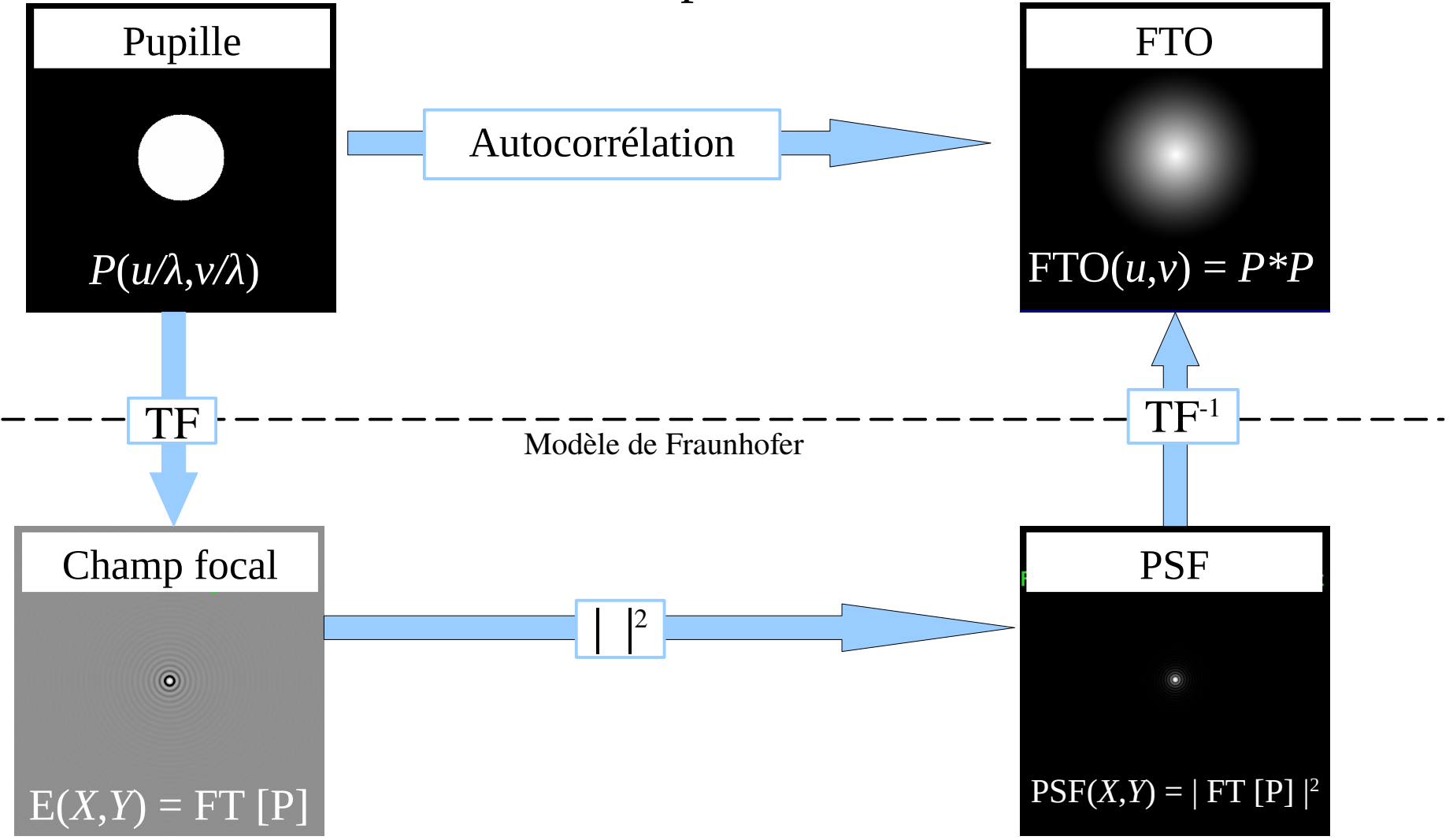
Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

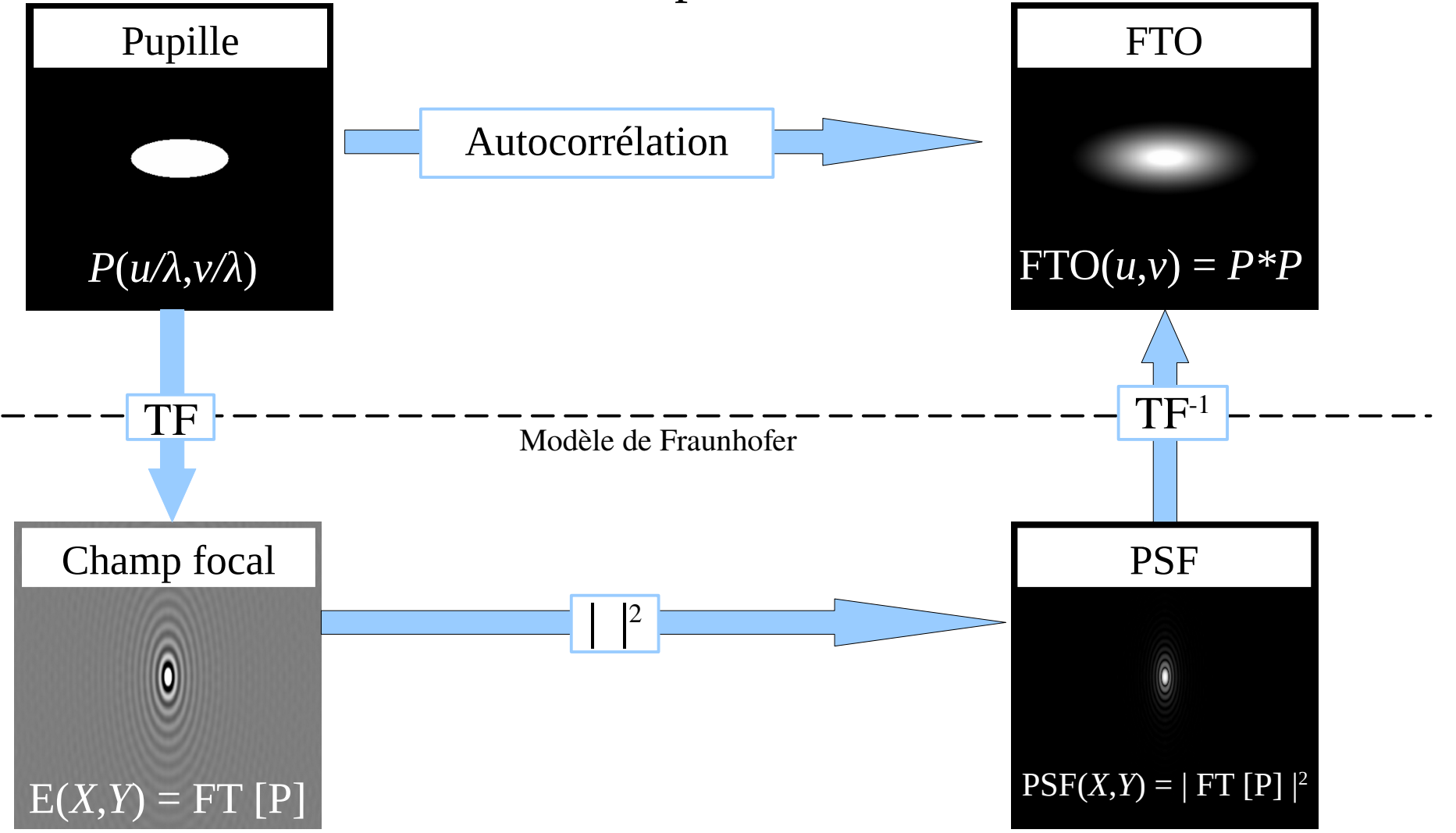
Lien entre Pupille, PSF et FTO



PSF = TF de la fonction d'autocorrélation de la pupille

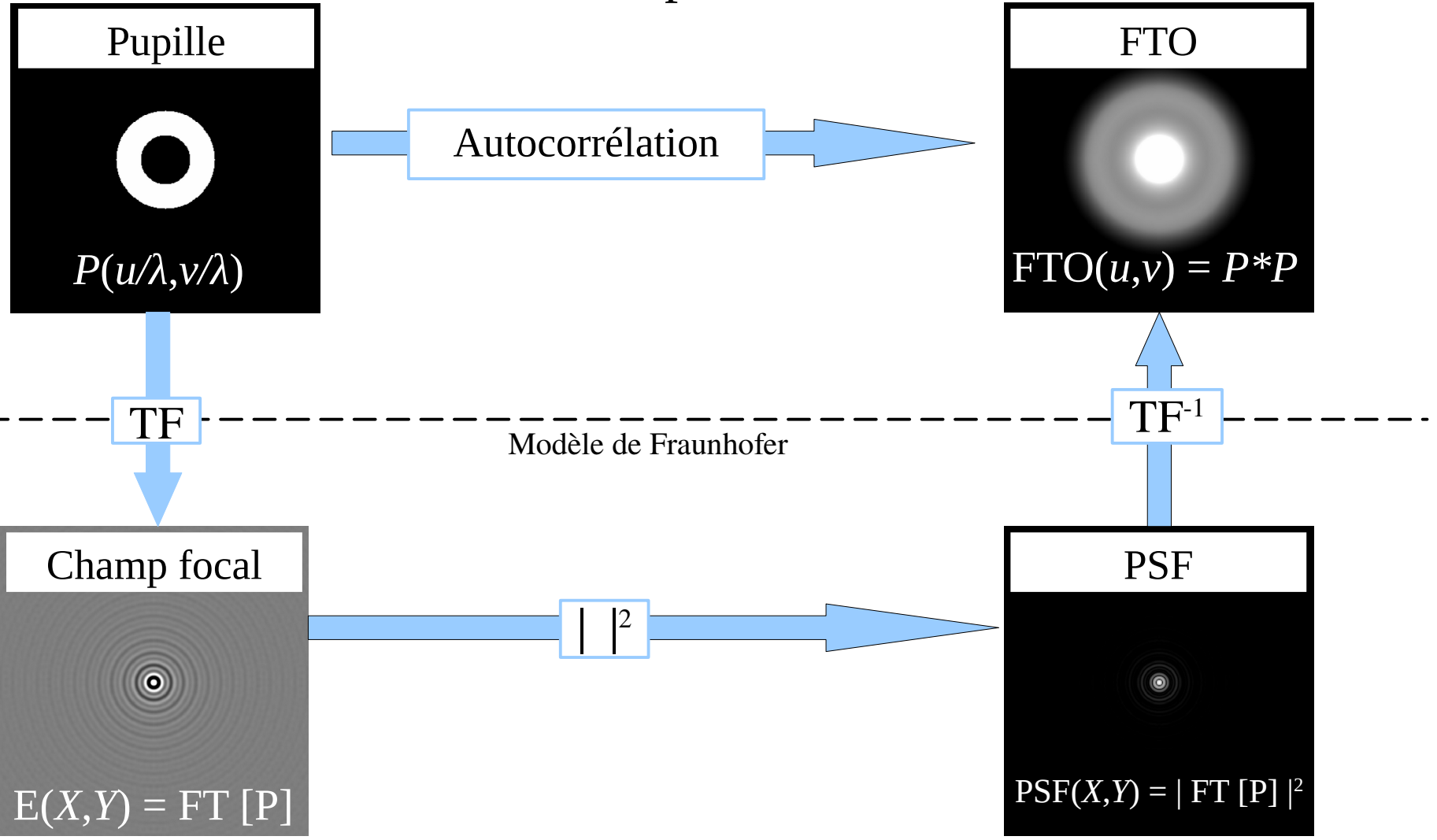
Raphaël Galicher

Lien entre Pupille, PSF et FTO



PSF = TF de la fonction d'autocorrélation de la pupille

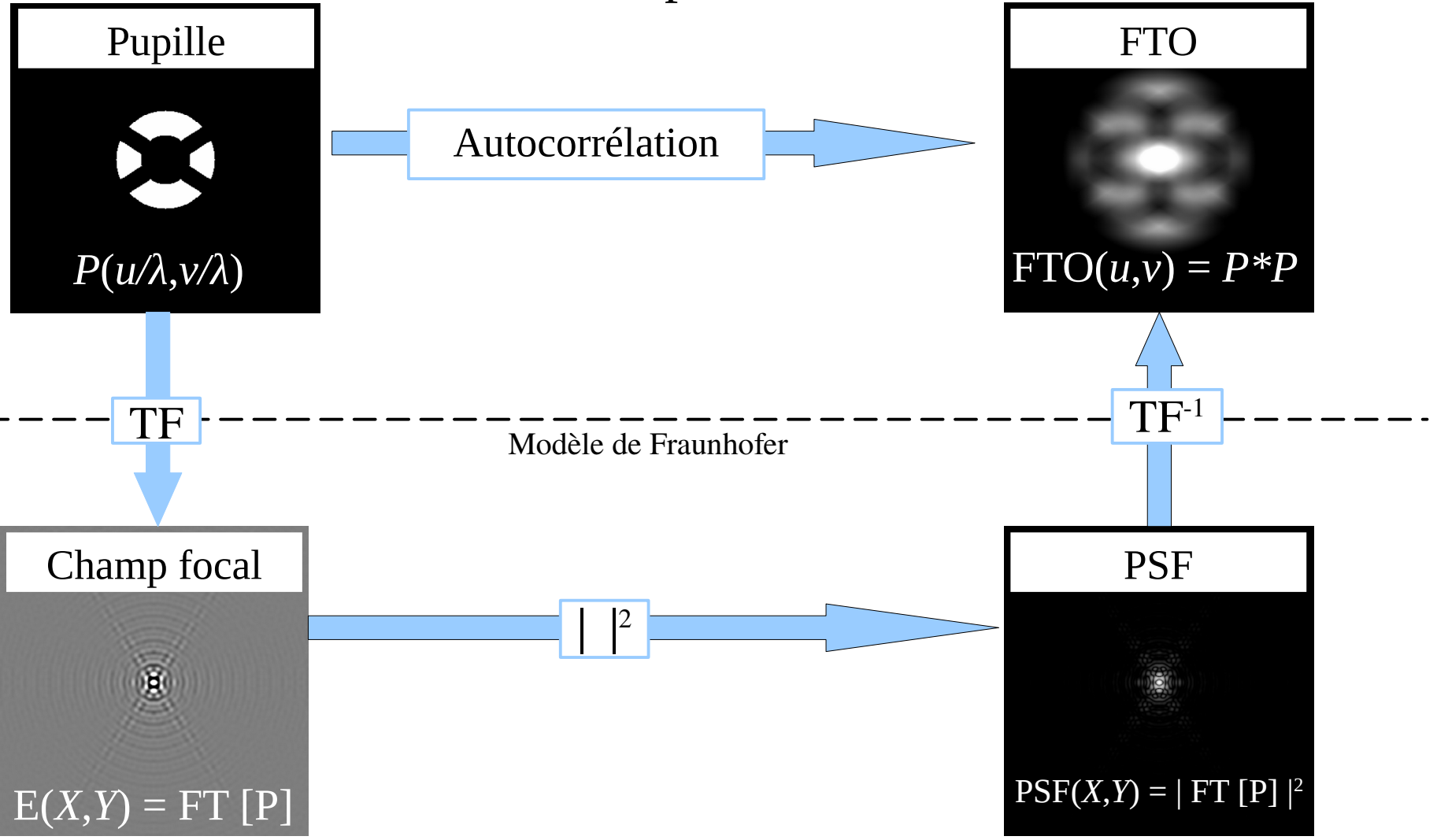
Lien entre Pupille, PSF et FTO



PSF = TF de la fonction d'autocorrélation de la pupille

Raphaël Galicher

Lien entre Pupille, PSF et FTO



PSF = TF de la fonction d'autocorrélation de la pupille
 Raphaël Galicher

Plan

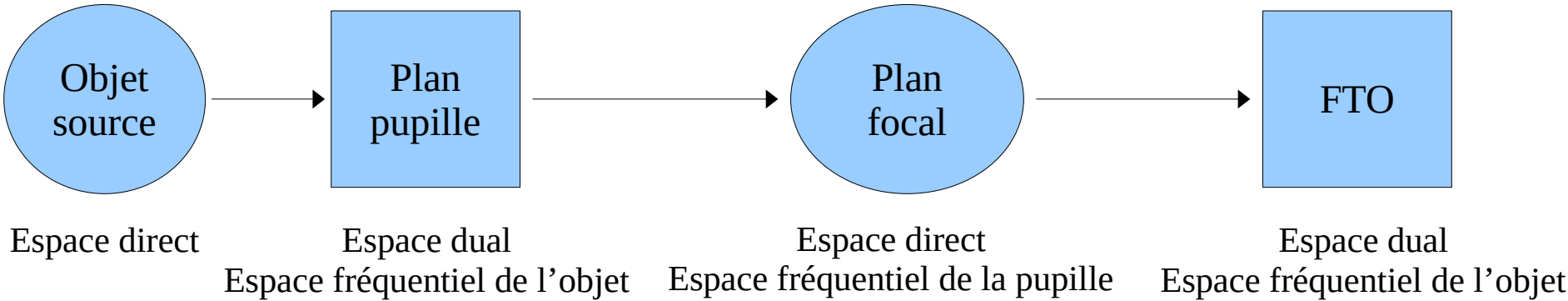
Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

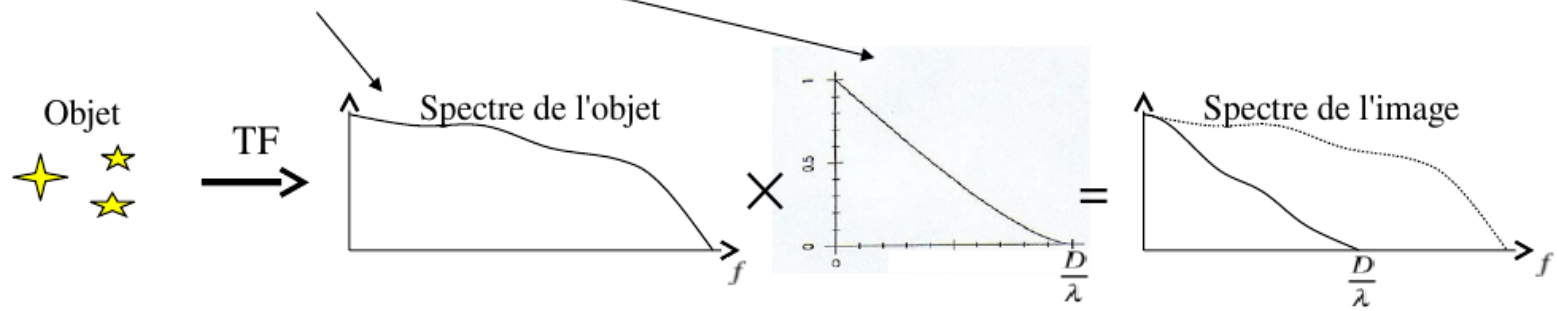
- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Système optique = Filtre passe-bas



$$S(u, v) = \text{TF}^{-1}(I(\alpha, \beta))$$

$$= \text{TF}^{-1}(O(\alpha, \beta)) \times \text{FTO}(u, v)$$

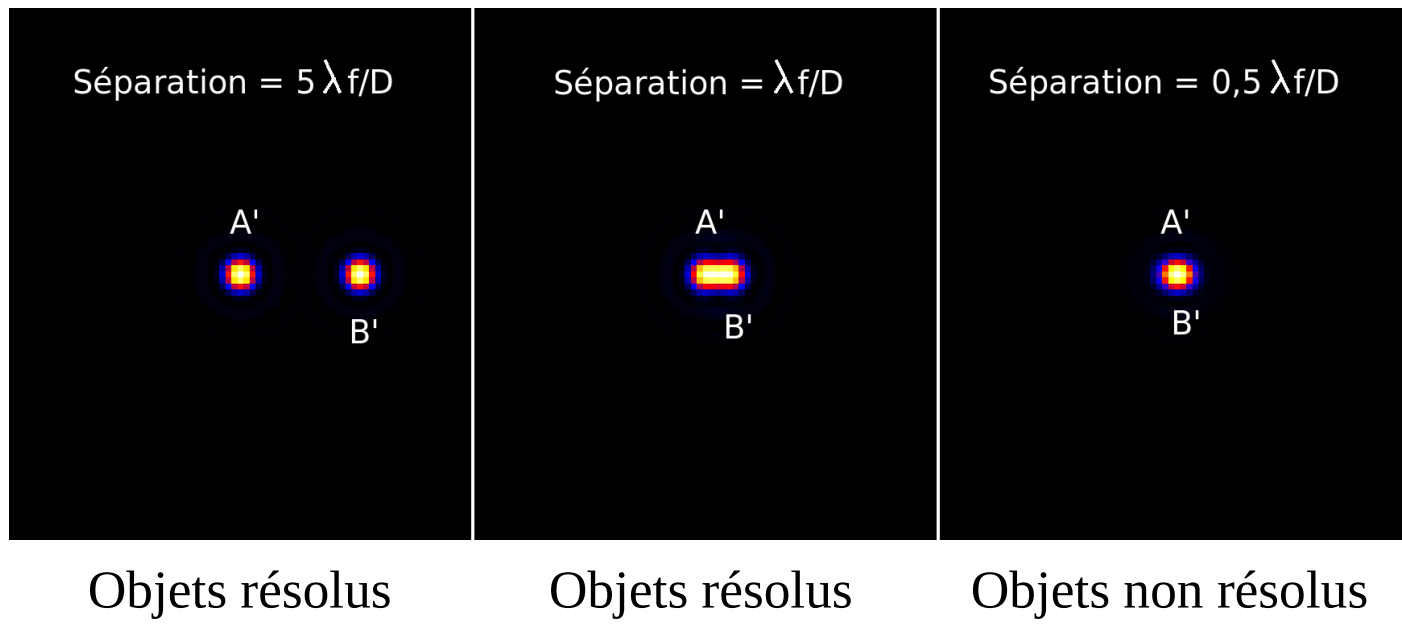


Système optique = Filtre passe-bas de fréquence de coupure D/λ

Turbulence atmosphérique = Filtre passe-bas de fréquence de coupure r_0/λ

Pouvoir de résolution

Voici les images obtenues en observant deux sources ponctuelles incohérentes

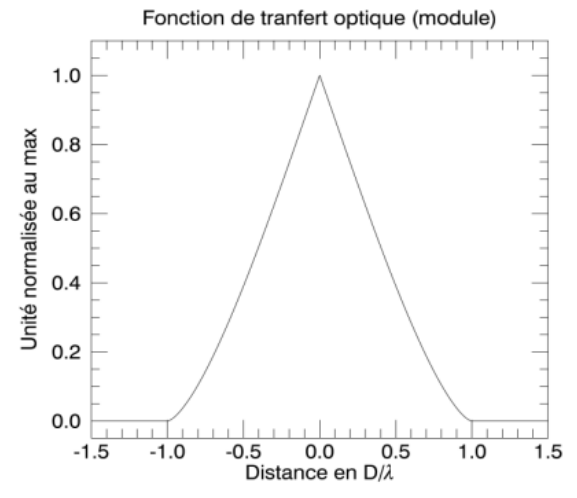
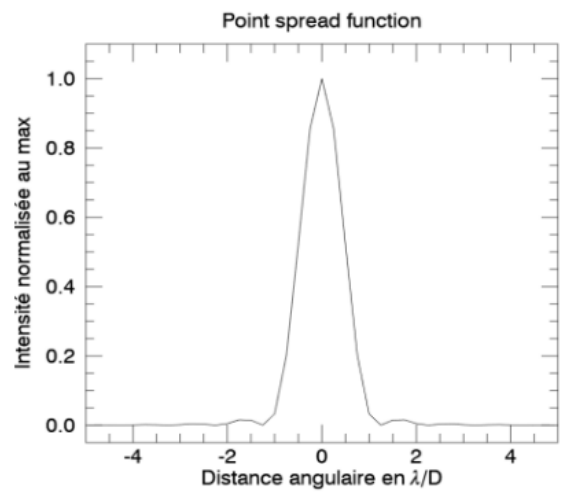
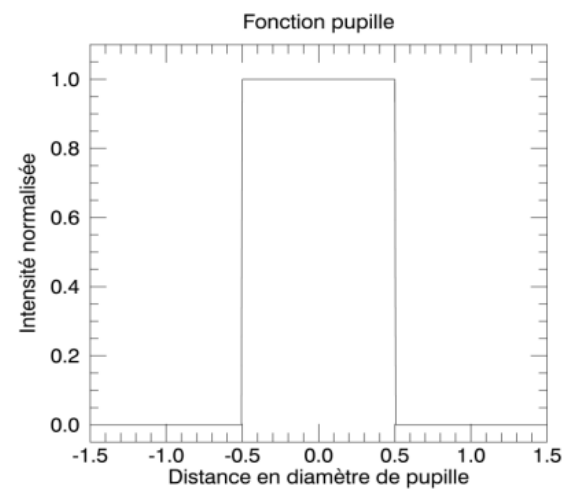
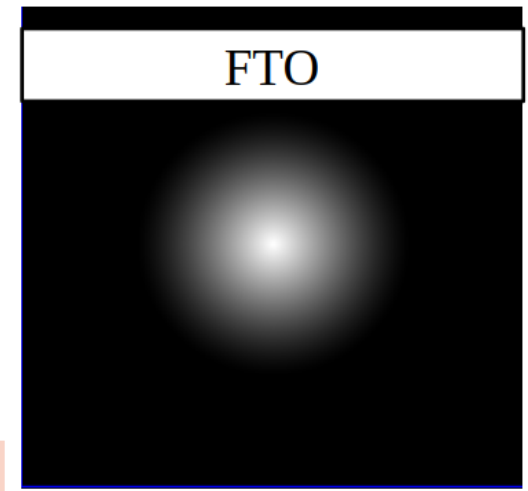
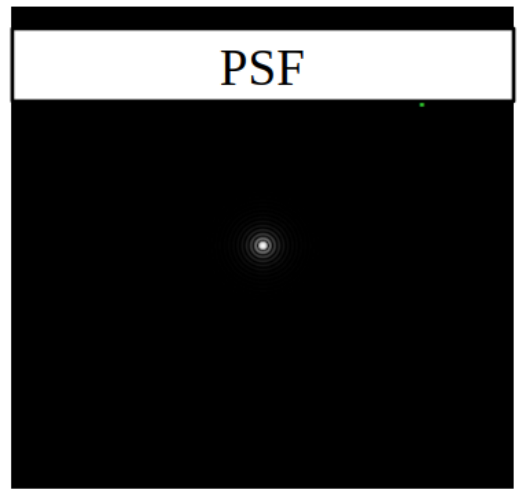
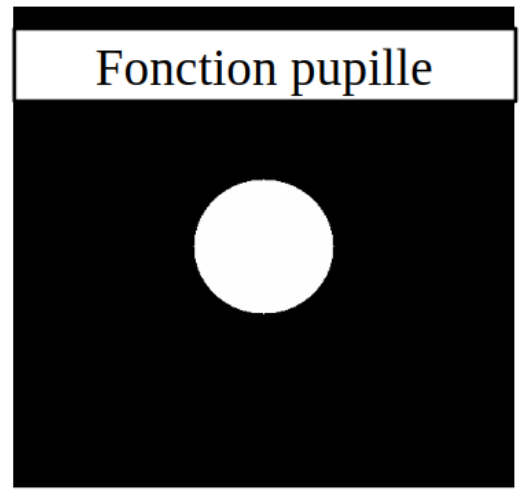


Critère de Rayleigh

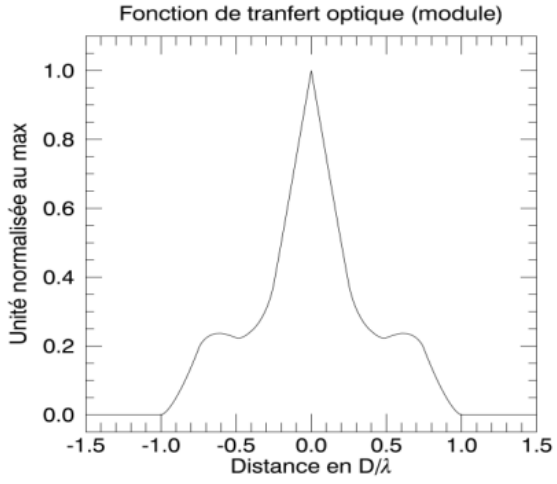
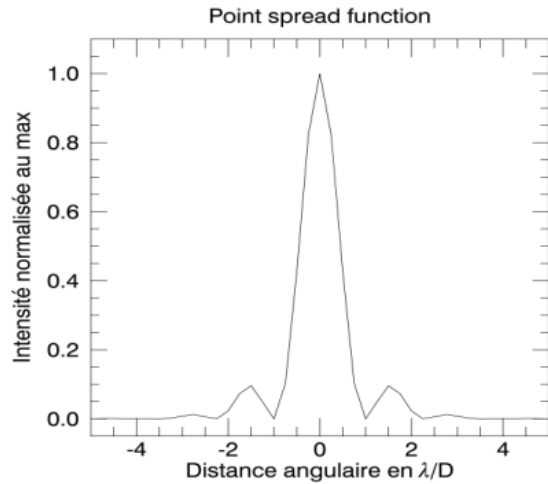
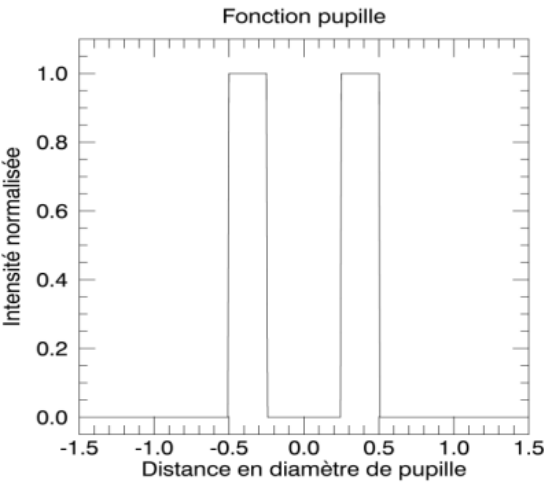
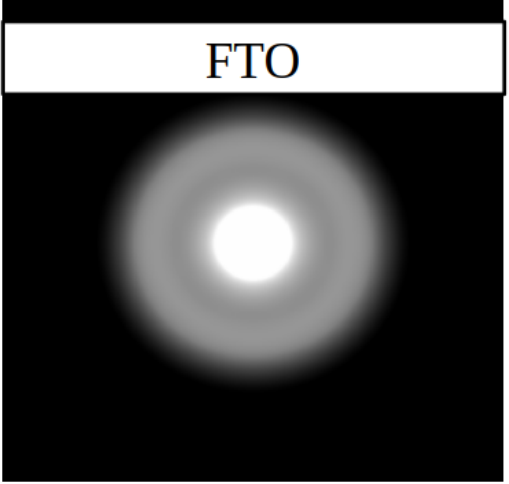
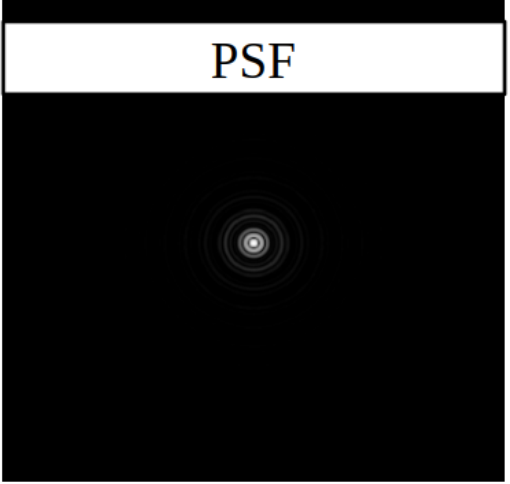
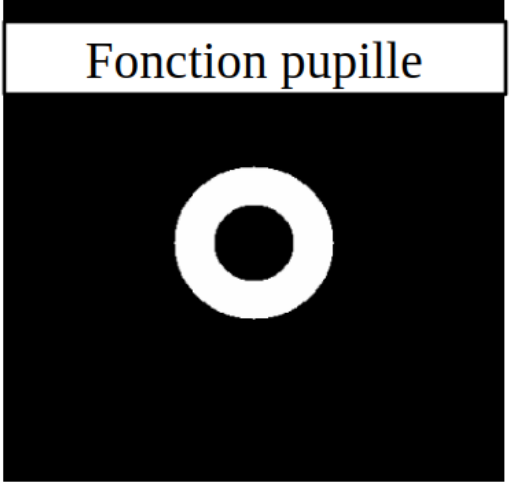
Plus petite séparation détectable = largeur à mi-hauteur de la tache de diffraction

Plus grande fréquence détectable = fréquence de coupure de la FTO

Fonction pupille, PSF et FTO : pupille circulaire pleine



Fonction pupille, PSF et FTO : pupille circulaire obstruction



Plan

Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Aberrations optiques

Les aberrations optiques font références aux :

- avances/retards de phase sur la section du faisceau → phase de l'onde
- variations de transmission d'intensité sur la section du faisceau

Très souvent, on ramène toutes les aberrations du système optique dans la pupille avec une aberration de transmission et une aberration de phase

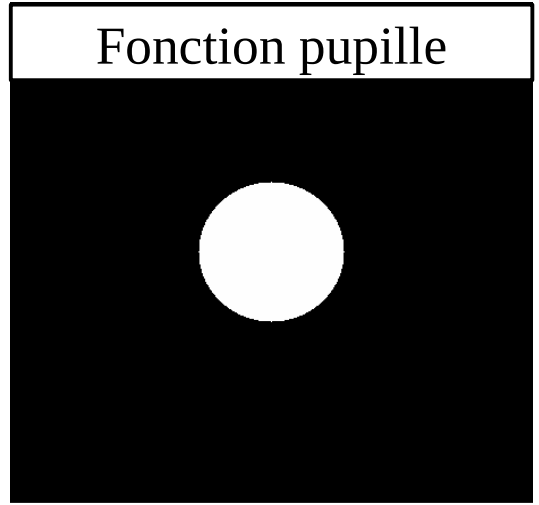
Champ électrique dans la pupille :

$$\psi(u,v) = P(u,v) a(u,v) \exp[i \varphi(u,v)]$$

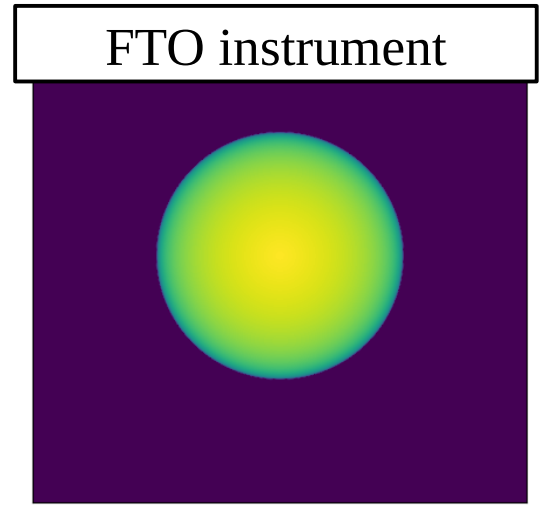
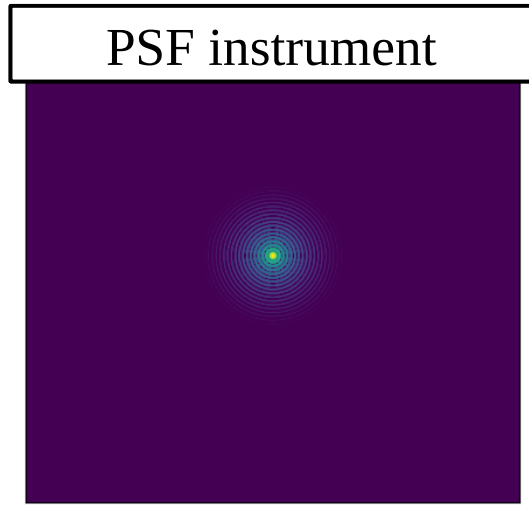
Raisons possibles des aberrations optiques :

- Optique de mauvaise qualité (ex : champ de vue limité)
- Optique dont le positionnement est contraint (ex : limiter l'encombrement)
- Mauvais alignement optique

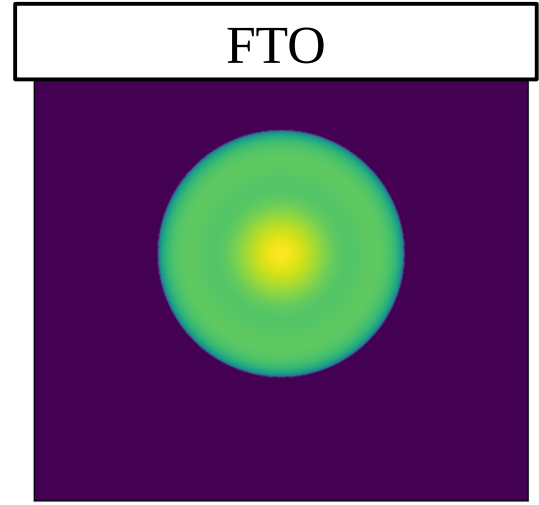
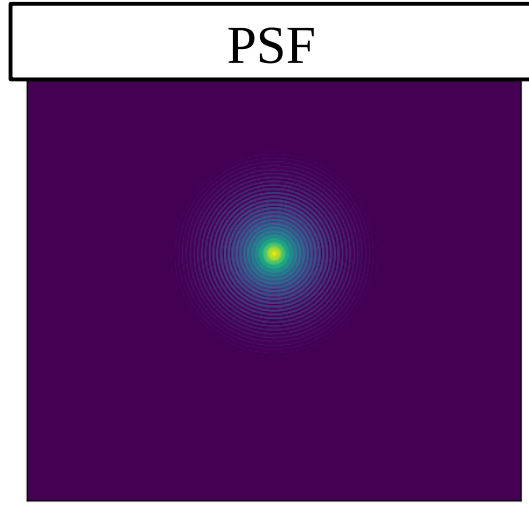
Impact des aberrations : aberrations statiques, focus



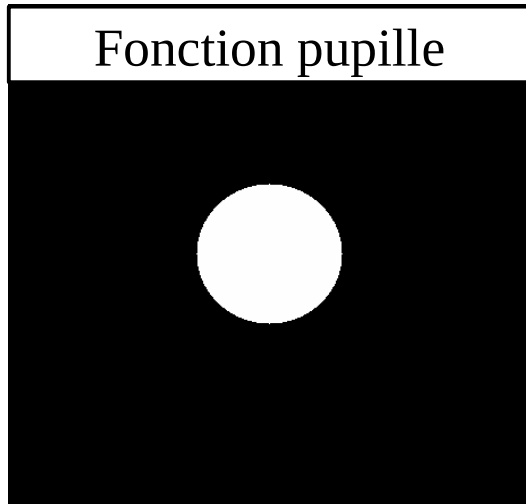
Sans aberration



Avec du focus

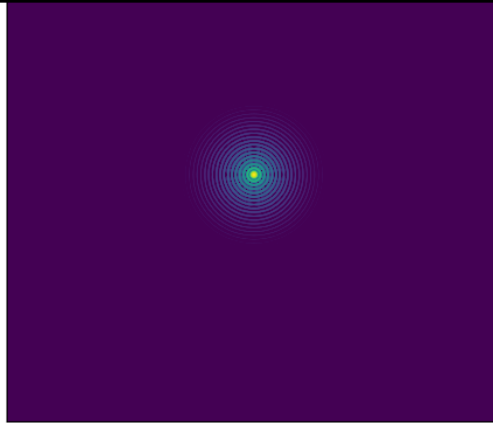


Impact des aberrations : aberrations statiques, astigmatisme

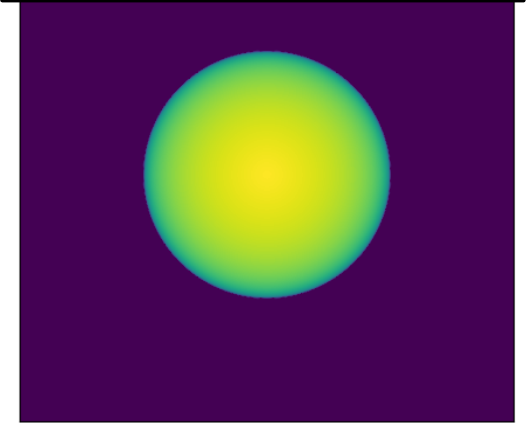


Sans aberration

PSF instrument

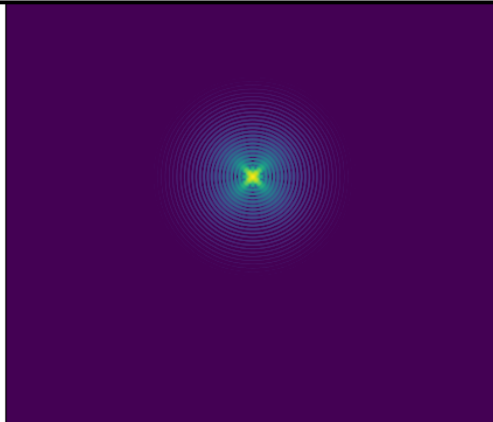


FTO instrument

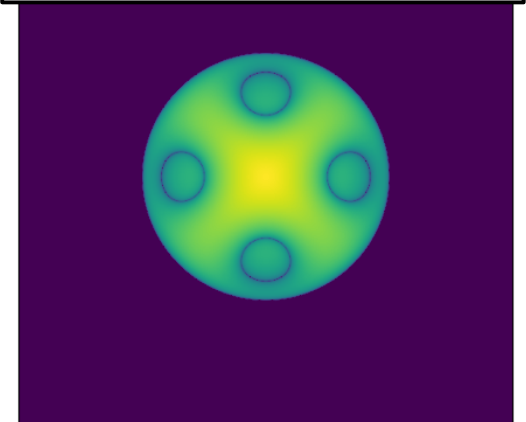


Avec de l'astigmatisme

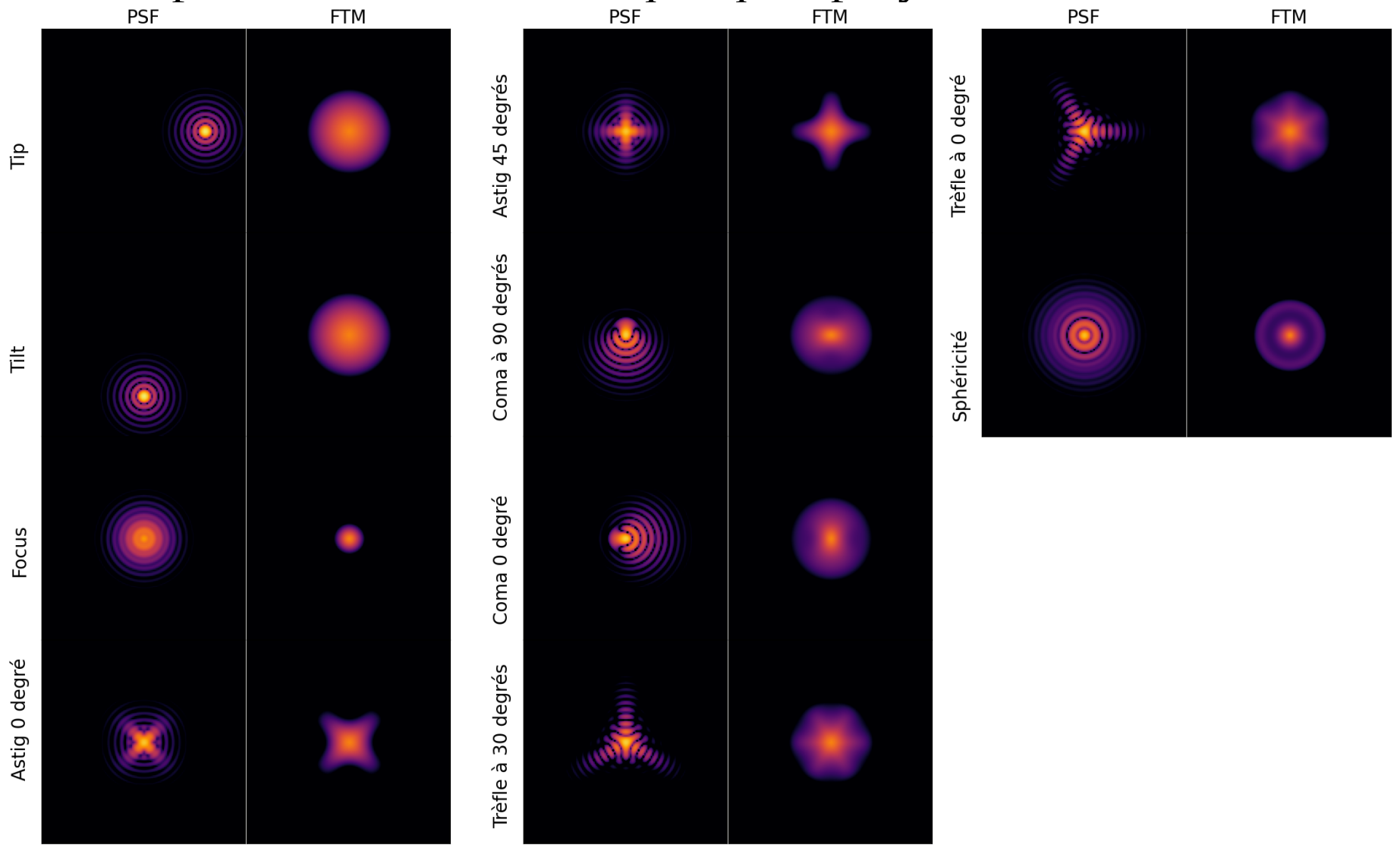
PSF



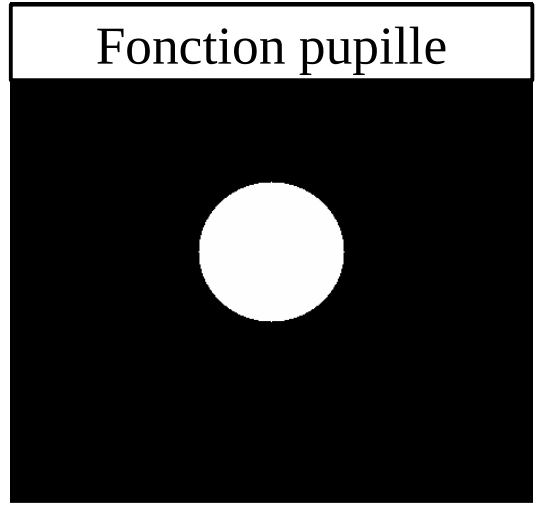
FTO



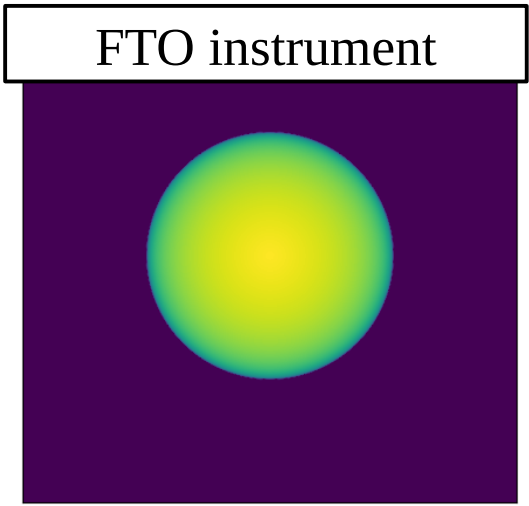
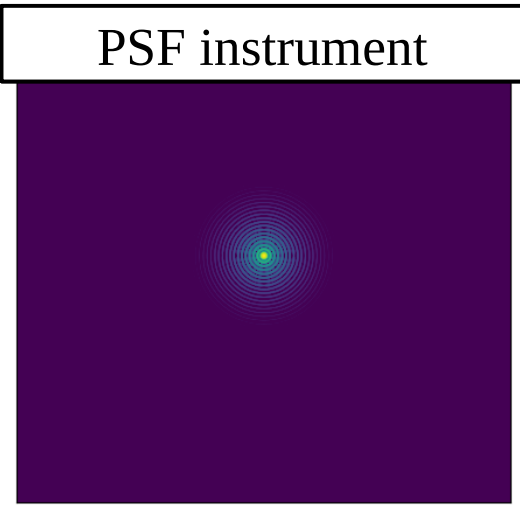
Impact des aberrations : quelques polynômes de Zernike



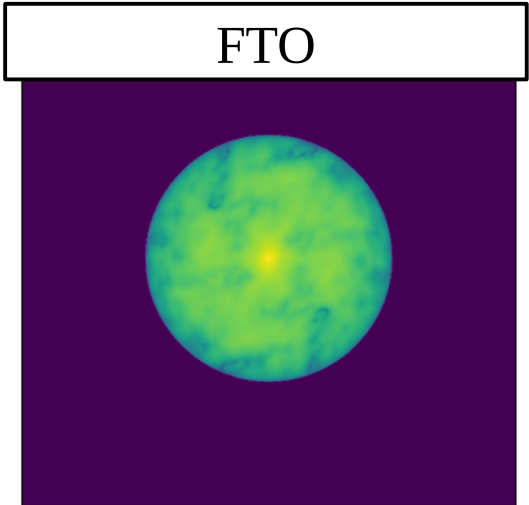
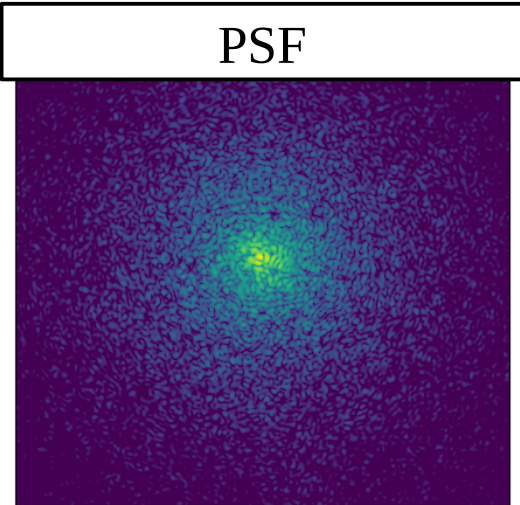
Impact des aberrations : aberrations statiques quelconque



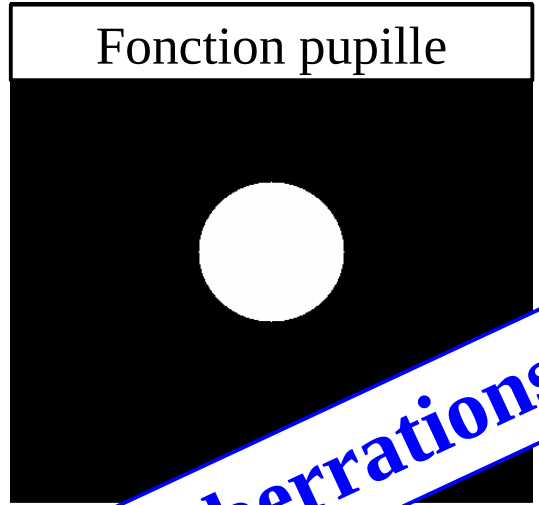
Sans aberration



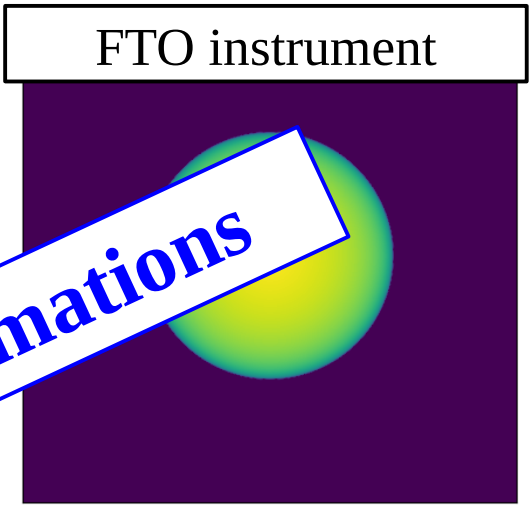
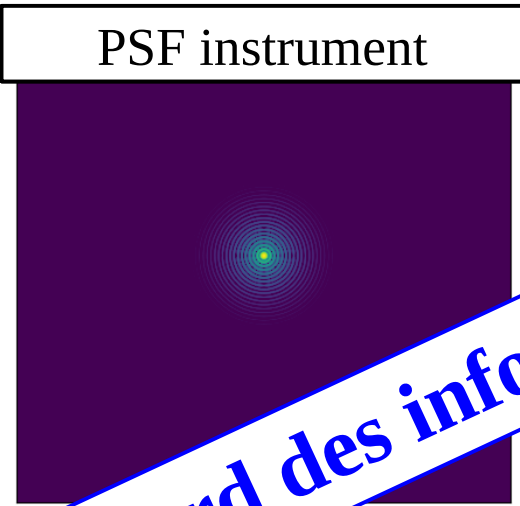
Avec une aberration qq



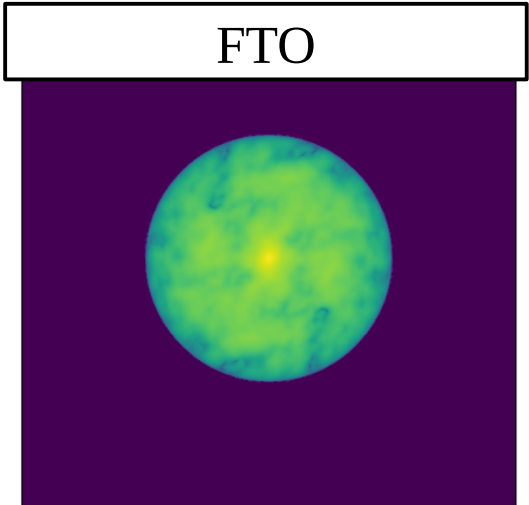
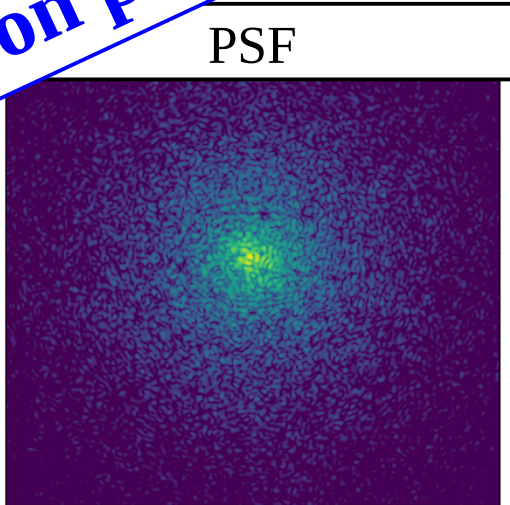
Impact des aberrations : aberrations statiques quelconque



Sans aberration



Avec une aberration



Aberrations => on perd des informations

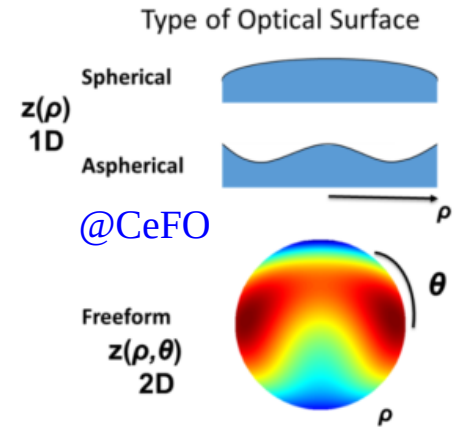
Freeform optics

Objectif : compenser les aberrations optiques statiques

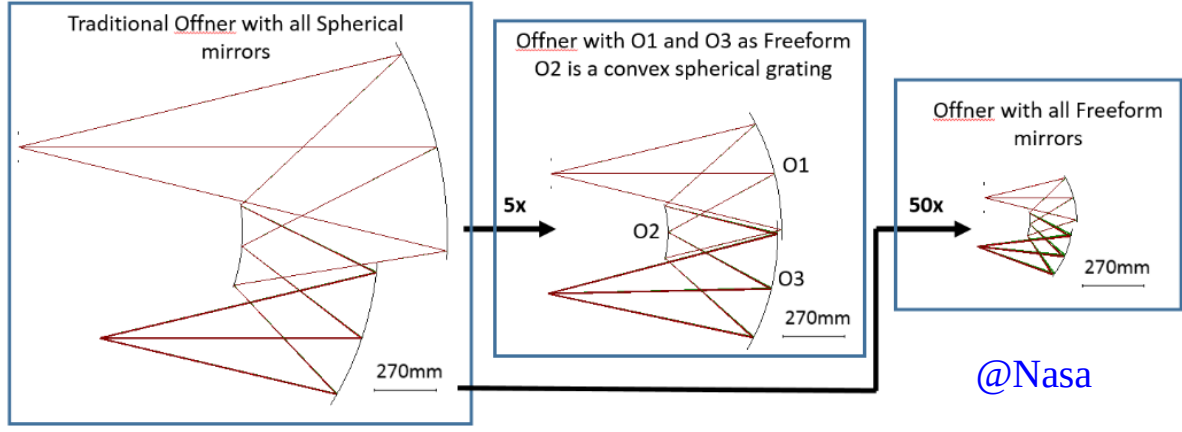
→ **Une solution : Freeform optics**

optiques sans axe ou centre de symétrie

Des informations sur <https://centerfreeformoptics.org/>



Exemple de réduction de l'encombrement :



Plan

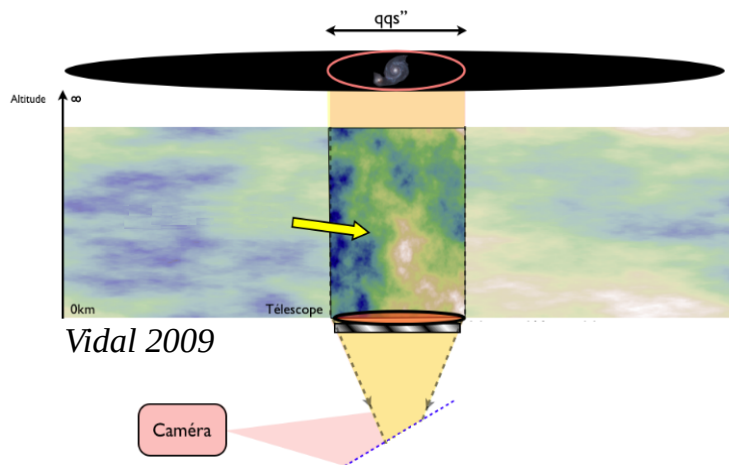
Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

L'atmosphère terrestre : perte de résolution angulaire



Champ électrique dans la pupille :

$$\psi(u,v) = P(u,v) a(u,v,t) \exp[i \varphi(u,v,t)]$$

Champ électrique incident sur la pupille d'entrée de l'instrument (au sol) :

- **effet dominant : fluctuations de la phase de l'onde** $\rightarrow \varphi(u,v,t)$
- effet secondaire : fluctuations d'amplitude de l'onde (scintillation) $\rightarrow a(u,v,t)$

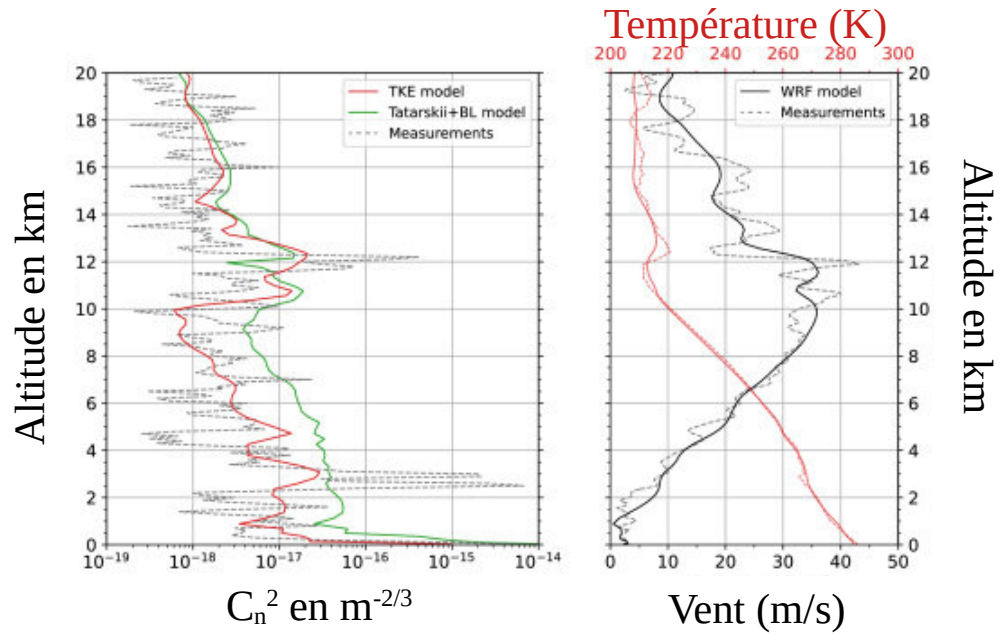
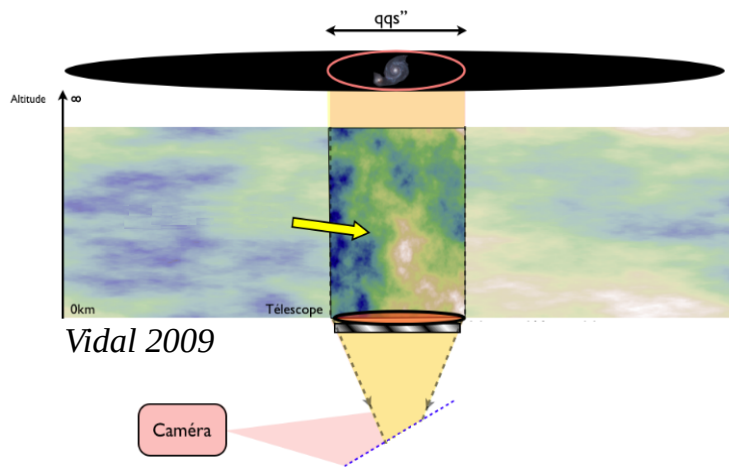
Temps caractéristique de stabilité de la phase \sim **qq ms**

Dégradation de l'image

Image d'une étoile \rightarrow



Modèle de la turbulence atmosphérique



Un modèle souvent utilisé :

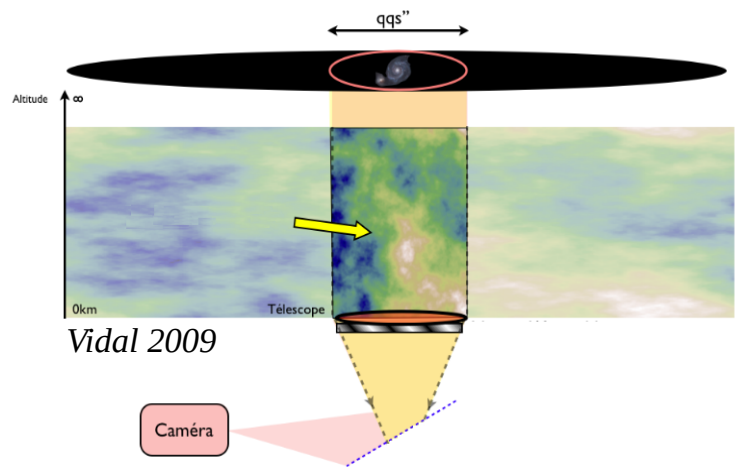
- **Plusieurs couches** turbulentes
- Turbulence de type **Kolmogorov** (1941)

Nrj cinétique de particules = $E_c(\kappa) \propto \kappa^{5/3}$ avec κ la fréquence spatiale

Indice optique = fonction de température et concentration en vapeur d'eau

Spectre de puissance des variations d'indice optique : $\Phi_N(\kappa) = 0,033 C_n^2 \kappa^{-11/3}$

Fonction de transfert de la turbulence atmosphérique



Fonction de transfert optique, **FTO, turbulente longue pose** :

$$\langle \tilde{S}(f) \rangle \simeq \exp\left(\frac{-1}{2} D_\varphi(|\lambda f|)\right) T(f)$$

$T(f)$ = fct transfert du télescope (avec aberrations)
 $D_\varphi(|\lambda f|)$ = **fct de structure** de la phase turbulente

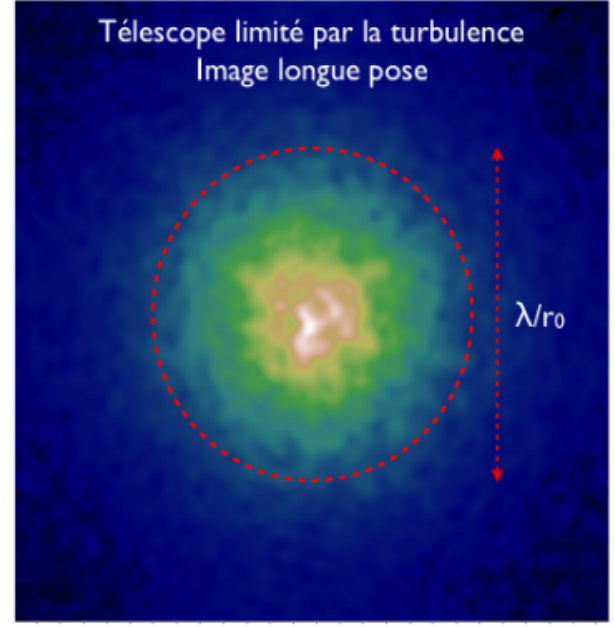
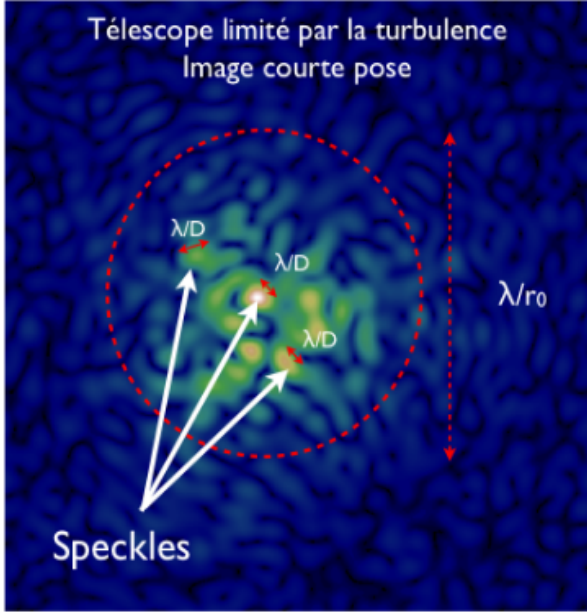
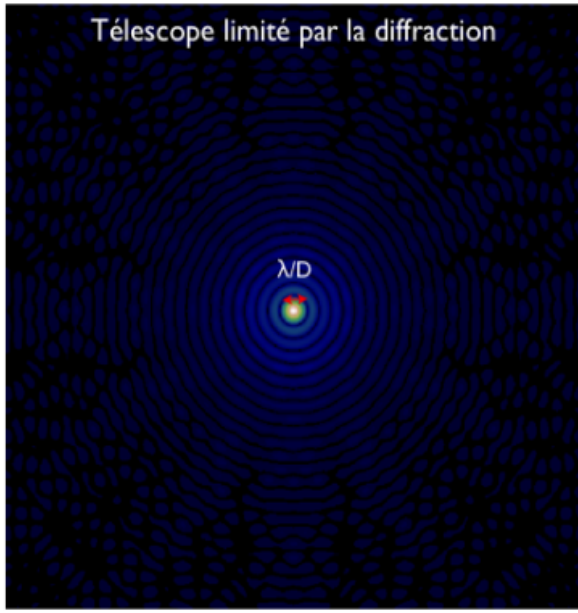
Avec $D_\varphi(|\vec{\rho}|) = \langle (\varphi(\vec{r}) - \varphi(\vec{r} + \vec{\rho}))^2 \rangle_{\vec{r}} \simeq 6,88 \left(\frac{|\vec{\rho}|}{r_0}\right)^5 \propto \lambda^{-2} \Rightarrow \varphi \propto \lambda^{-1}$

différence de marche
~ achromatique

Effet de la turbulence atmosphérique sur l'image

Point spread function : image d'un point objet situé à l'infini

Vidal 2009

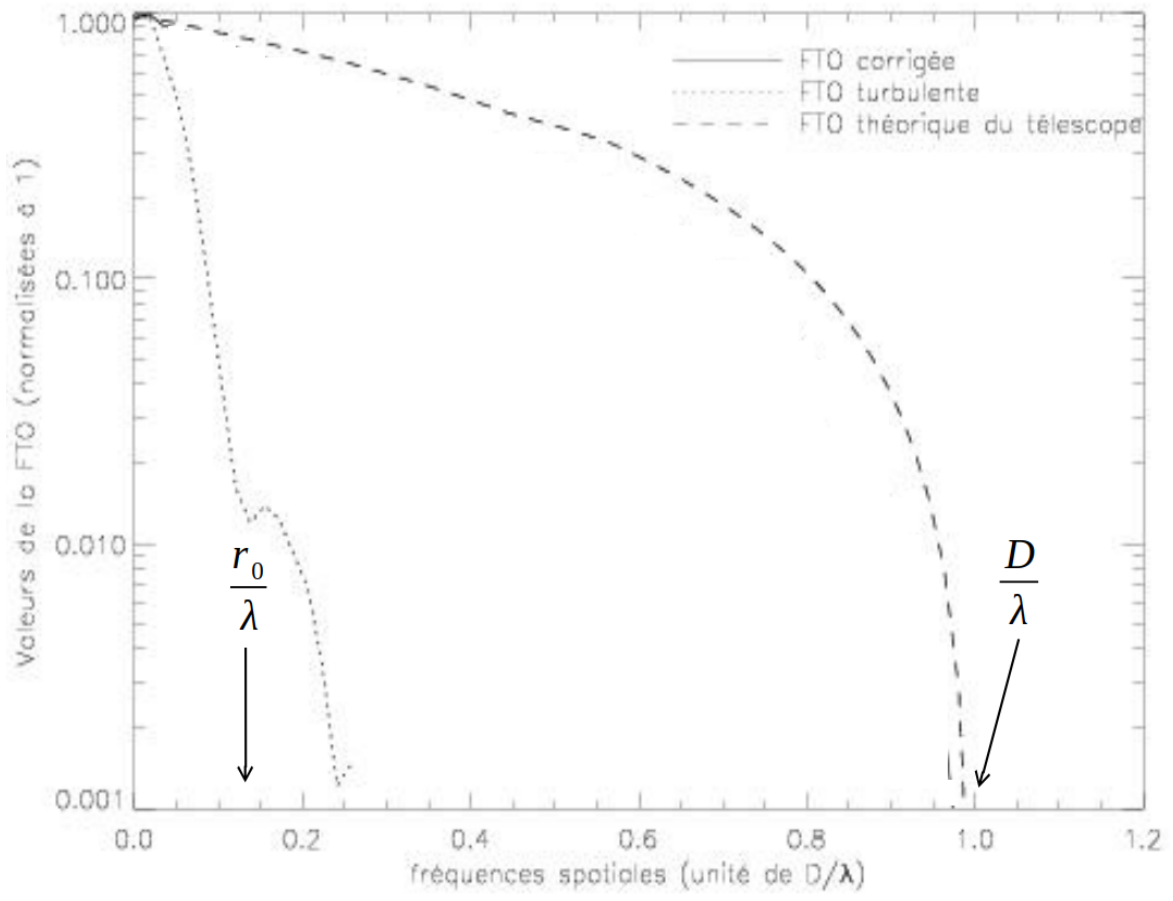


Vidéo de PSF et MTF en courte pose et longue pose

Résolution angulaire = λ/r_0 en présence de turbulence

r_0 = paramètre de Fried

Fonction de transfert optique



Atmosphère → filtre passe-bas

Ordres de grandeur

Résolution angulaire théorique d'un télescope : λ/D

Ex : $D = 10 \text{ m}$ à $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ $\rightarrow \lambda/D \sim$

Limite de résolution imposée par la turbulence :

seeing = λ/r_0 ($\propto \lambda^{-1/5}$) avec r_0 diamètre de Fried ($\propto \lambda^{6/5}$)

Ex : $r_0(0,5 \mu\text{m}) \sim 10 \text{ cm}$ \rightarrow à $0,5 \mu\text{m}$ seeing \sim

\rightarrow à $2,2 \mu\text{m}$ seeing \sim

Temps de corrélation :

$\tau_0 = 0,314 r_0/v$ avec v vitesse moyenne transverse du vent

Ex : seeing $\sim 1''$ à $0,5 \mu\text{m}$ et $v = 10 \text{ m/s}$

\rightarrow à $0,5 \mu\text{m}$ $\tau_0 \sim$

\rightarrow à $2,2 \mu\text{m}$ $\tau_0 \sim$

Ordres de grandeur (solution)

Résolution angulaire théorique d'un télescope : λ/D

Ex : $D = 10 \text{ m}$ à $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ $\rightarrow \lambda/D \sim 0,01''$

Limite de résolution imposée par la turbulence :

seeing = λ/r_0 ($\propto \lambda^{-1/5}$) avec r_0 diamètre de Fried ($\propto \lambda^{6/5}$)

Ex : $r_0(0,5 \mu\text{m}) \sim 10 \text{ cm}$ \rightarrow à $0,5 \mu\text{m}$ seeing $\sim 1''$

\rightarrow à $2,2 \mu\text{m}$ seeing $\sim 0,8''$

car seeing($2.2 \mu\text{m}$) = seeing($0,5 \mu\text{m}$) * $(0.5/2.2)^{0.2}$

Temps de corrélation :

$\tau_0 = 0,314 r_0/v$ avec v vitesse moyenne transverse du vent

Ex : seeing $\sim 1''$ à $0,5 \mu\text{m}$ et $v = 10 \text{ m/s}$

\rightarrow à $0,5 \mu\text{m}$ $\tau_0 = 0,314 * 5e-7 / 1'' / 10 \sim 3 \text{ ms}$

\rightarrow à $2,2 \mu\text{m}$ $\tau_0 = 0,314 * (5e-7 / 1'') * (2.2/0.5)^{1.2} / 10 \sim 19 \text{ ms}$

Conclusions sur la turbulence atmosphériques

Au sol, même résolution angulaire pour tous les télescopes $D > r_0 \sim 20\text{cm}$

Augmentation du diamètre pour collecter plus de flux

Pour une meilleure résolution :

→ besoin d'un système qui **compense les effets de l'atmosphère**

→ **Optique adaptative**

Plan

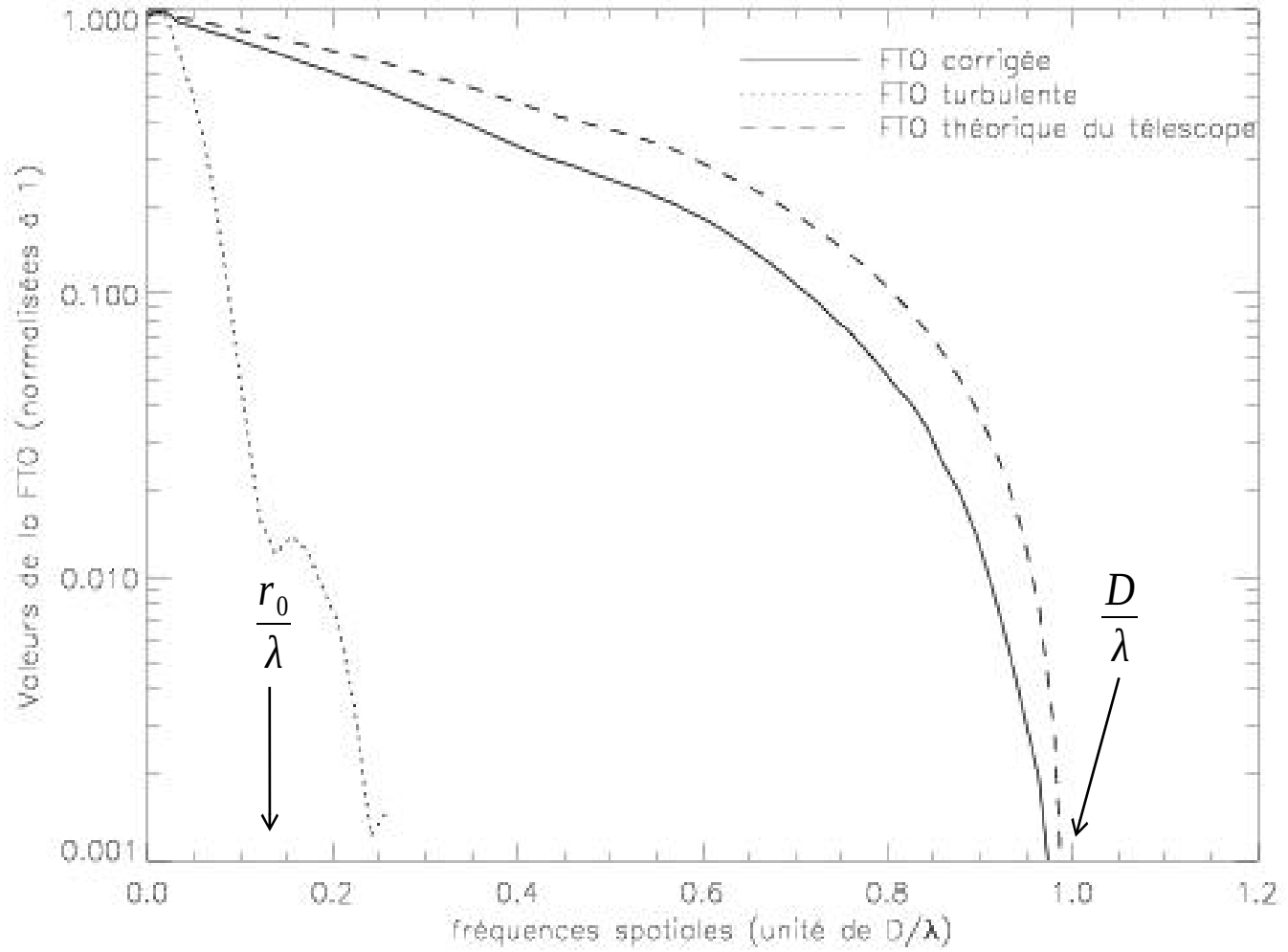
Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Objectif : retrouver la résolution native du télescope (FTO)



Optique adaptative : spectre spatial restitué jusqu'à D/λ

Objectif : retrouver la résolution native du télescope (PSF)

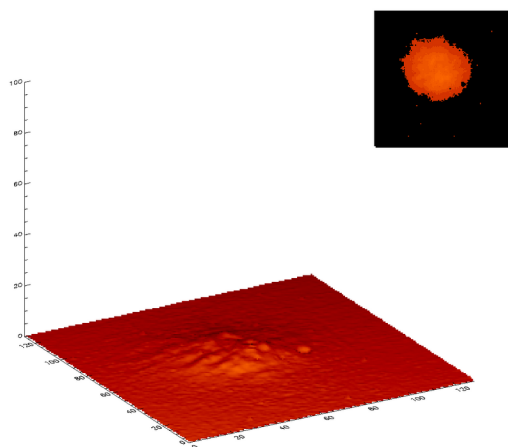


image turbulente

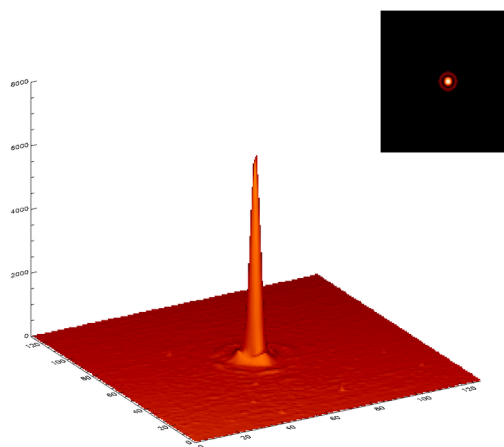
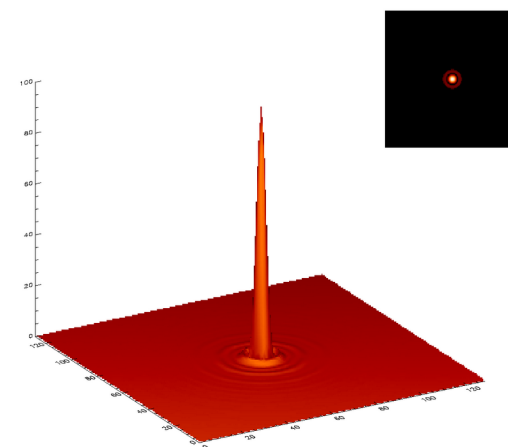


image corrigée ($SR = 64\%$)

Longueur d'onde d'imagerie : $2.2\mu m$



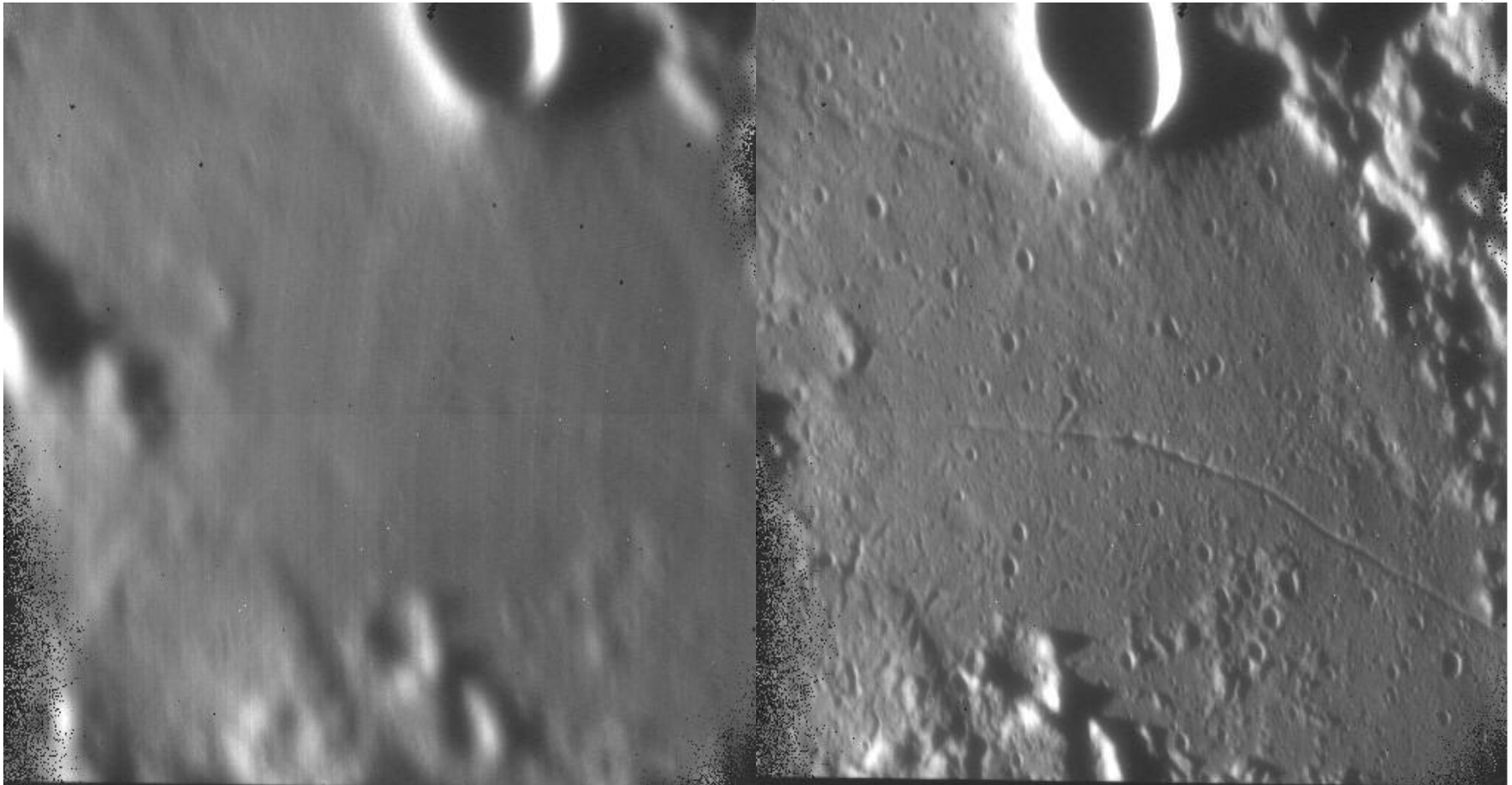
tâche d'Airy

Turbulence : $r_o = 1m$ à $2.2\mu m$, vitesse de vent = $10m/s$, télescope : $D = 8m$

Système (NAOS) : 144 sous-pupilles, 185 actionneurs, $500Hz$ de fréquence

Un exemple : surface de la Lune à $\lambda = 2,3 \mu\text{m}$ (NAOS)

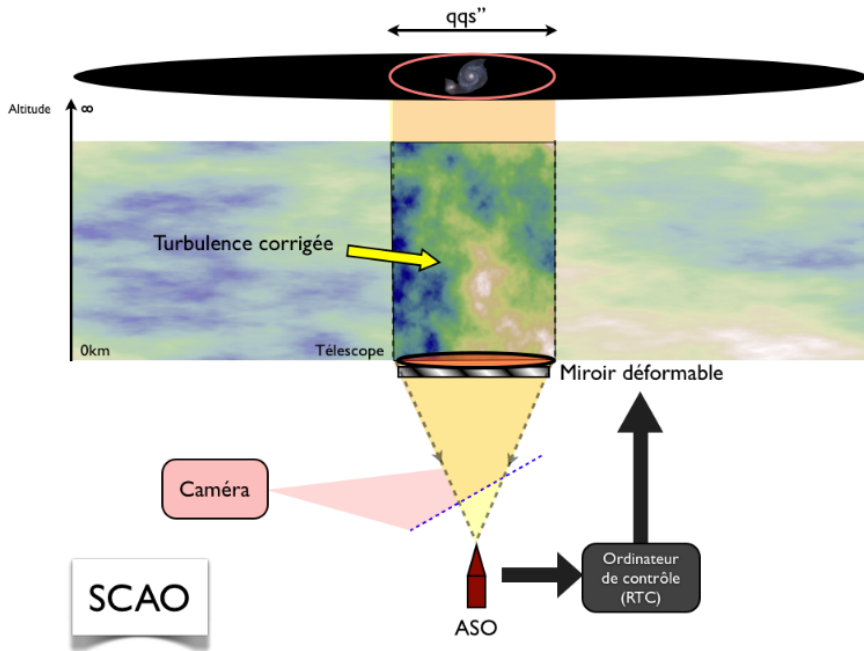
26'' = 45 km



Sans OA

Avec OA

Principe de l'optique adaptative : SCAO



Vidal 2009

**Optique adaptative
=
Boucle de rétroaction**

Turbulence ajoute des **différences de marche quasi-achromatiques**

Optique adaptative compense ces différences de marche en temps réel :

- 1^{ère} étape : les mesurer → **analyse de surface d'onde (ASO, WFS)**
- 2^{ème} étape : les compenser → **contrôleur et correcteur optique**

Pour introduire des différences de marche achromatiques → **miroir déformable**

Plan

Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Miroirs déformables

Grande variété en taille, nombre actionneurs, technologies

- **Secondaire adaptatif Very Large Telescope (VLT)**

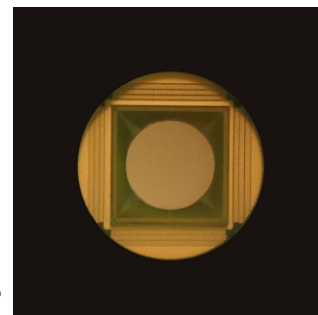
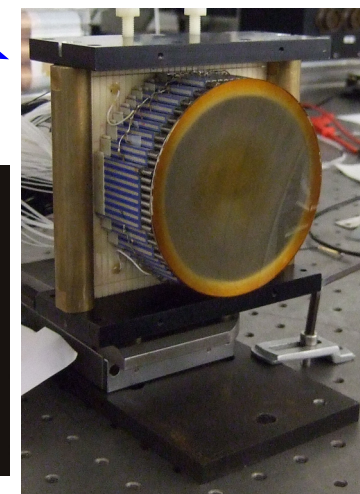
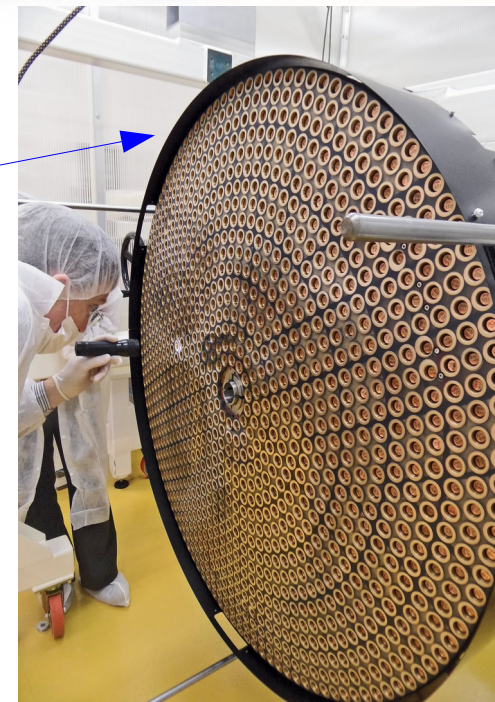
Ø~100cm 1170 act magnétique
course~45µm pas actionneur~30mm

- **Instrument Sphere/VLT**

Ø~20cm 1370 act piézoélectrique
course~10µm pas actionneur~4,5mm

- **Imagerie haute dynamique**

Ø~5cm 2304 act électrostatique
course~0,5µm pas actionneur~1mm



Lire l'article [Photoniques_82_DM.pdf](#)

Plan

Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Analyse de surface d'onde

Objectif : mesurer la phase du champ électrique → « la surface d'onde » (front d'onde)

Besoin : analyse à faire sur des objets ponctuels ou étendus de faible luminosité
=> utiliser une large bande spectrale si possible (pour le rapport signal à bruit)

Question 1

Où mesurer la phase : plan pupille ? plan focal ? Autre plan ?

- Optique adaptative « classique » → plutôt en plan pupille
- Imagerie haute dynamique → plutôt plan focal (voir le cours suivant)

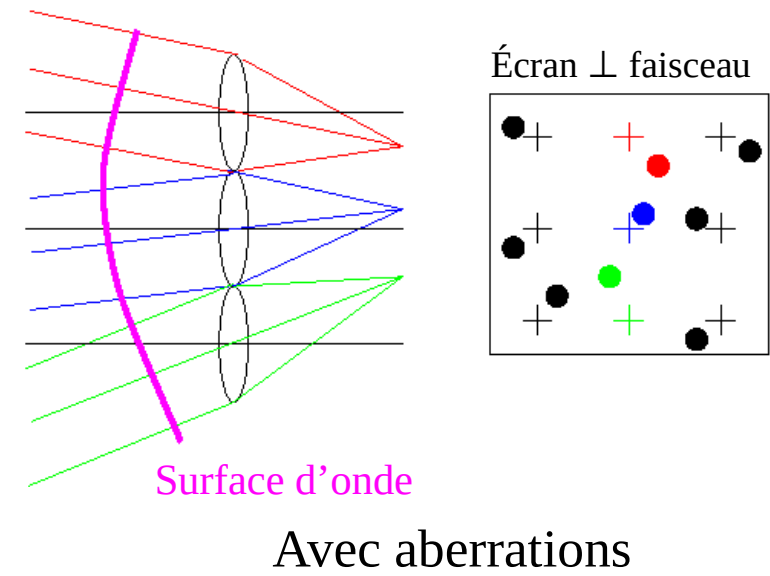
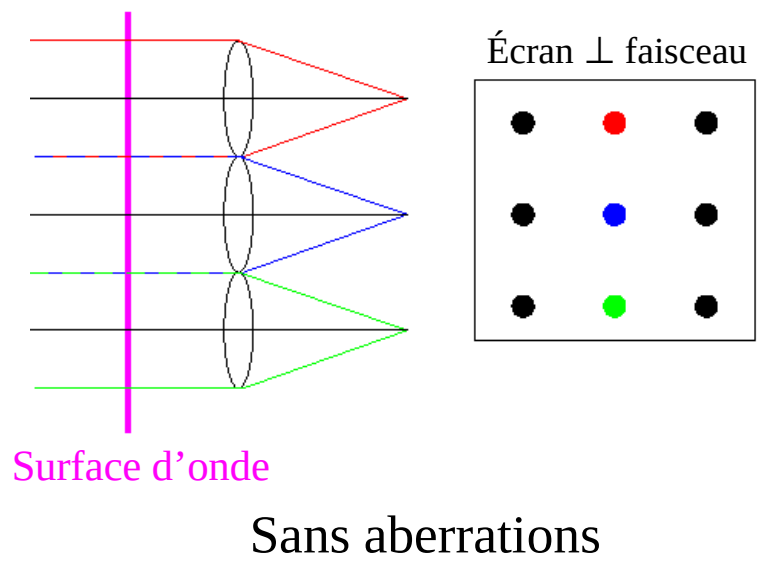
Question 2

En optique et infrarouge → mesure d'une intensité => comment mesurer la phase ?

- Mesurer la dérivée première de la phase (Shack-Hartmann, pyramide)
- Mesurer la dérivée seconde de la phase (courbure)
- Codage par des interférences spatiales ou temporelles

L'analyseur Shack-Hartmann

Principe : rayons de l'optique géométrique perpendiculaires à la surface d'onde



Déplacement du spot est proportionnel à la **dérivée première de la phase**

Reconstruction de proche en proche

$N \times N$ sous-pupilles \Rightarrow $N \times N$ points de mesure

Shack-Hartmann : la mesure

1) Déplacement (c_x, c_y) du centre de gravité de chaque spot

$$c_x = \frac{\sum_{i,j} x_{i,j} I_{i,j}}{\sum_{i,j} I_{i,j}} - r_x \quad c_y = \frac{\sum_{i,j} y_{i,j} I_{i,j}}{\sum_{i,j} I_{i,j}} - r_y$$

$I_{i,j}$ = intensité du pixel $[i, j]$

$x_{i,j}$ et $y_{i,j}$ = coordonnées cartésiennes du pixel $[i, j]$

r_x et r_y = centre de gravité du spot sans aberration (spot de référence)

Rq : il existe d'autres moyens de calculer le centre de gravité pour minimiser le bruit de détecteur, etc.

2) Lien avec la phase

$$\left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right\rangle_{\text{sous pupille}} \simeq \frac{2\pi}{\lambda} \frac{c_x}{f} \quad \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right\rangle_{\text{sous pupille}} \simeq \frac{2\pi}{\lambda} \frac{c_y}{f}$$

f = focale de la micro-lentille → ajuste sensibilité et dynamique

λ = longueur d'onde d'analyse

Shack-Hartmann : bruit de mesure (1/2)

$\Phi_{\text{mesurée}} = \Phi_{\text{« réelle »}} + \varepsilon_{\Phi}$ avec ε_{Φ} le bruit de mesure

$\sigma_{\Delta\Phi}^2 = \text{Variance de } \varepsilon_{\Phi}$

1) 1ère contribution : Bruit de photons

$$\sigma_{\Delta\Phi}^2 \propto \frac{1}{n_{ph}} \left(\frac{\theta d}{\lambda} \right)^2$$

n_{ph} = nombre de photo-électrons dans la sous-pupille

d = diamètre de la sous-pupille

θ = largeur angulaire du spot

- λ/d si image d'un point source est limité par diffraction
- λ/r_0 si image d'un point source est limité par turbulence
- θ_{object} si objet étendu

2) 2ème contribution : Bruit de fond

$$\sigma_{\Delta\Phi}^2 \propto \frac{n_{bg}}{n_{ph}^2} \left(\frac{\theta d}{\lambda} \right)^2$$

n_{bg} = nombre de photo-électrons de fond dans la sous-pupille

Shack-Hartmann : bruit de mesure (2/2)

$\Phi_{\text{mesurée}} = \Phi_{\text{« réelle »}} + \varepsilon_{\Phi}$ avec ε_{Φ} le bruit de mesure

$\sigma_{\Delta\Phi}^2 = \text{Variance de } \varepsilon_{\Phi} \text{ à la longueur d'onde de l'analyseur}$

1) 1ère contribution : Bruit de photons

$$\sigma_{\Delta\Phi, BP}^2 = \frac{\pi^2}{2n_{ph}} \left(\frac{N_T}{N_D} \right)^2$$

n_{ph} = nombre de photo-électrons dans la sous-pupille

N_T = largeur à mi-hauteur du spot en nombre de pixels

N_D = largeur à mi-hauteur du spot limité par la diffraction en nombre de pixels

2) 2ème contribution : Bruit de fond

$$\sigma_{\Delta\Phi, F}^2 = \frac{\pi^2}{3} \frac{\sigma_e^2 N_S^2}{n_{ph}^2} \left(\frac{N_S}{N_D} \right)^2$$

σ_e = écart-type du bruit de détecteur en photo-électron par pixel et par trame

N_S = largeur de la fenêtre de calcul du centre de gravité en pixels (généralement $N_S \simeq 2 N_T$)

Les contributions se somment $\sigma_{\Delta\Phi}^2 = \sigma_{\Delta\Phi, BP}^2 + \sigma_{\Delta\Phi, F}^2$

Exercice : Shack-Hartmann pour l'ELT

Le système d'optique adaptative derrière un télescope de 30m de diamètre pointe une étoile guide de magnitude $m_v=13,2$.

L'analyseur divise le faisceau en $N_{\text{souspup}} = 1200$ sous-pupilles. La transmission des optiques de l'entrée du télescope au détecteur de l'analyseur est $T_{\text{tel}}=50\%$. Ce détecteur utilise une bande spectrale de $\Delta\lambda=0,4\mu\text{m}$, son rendement quantique est $q_{\text{det}}=80\%$ et son bruit d'écart-type $\sigma_e=3e/\text{pixel}$. On choisit un temps de pose de $\Delta t=1,5\text{ms}$. Le calcul pour chaque sous-pupille se fait sur deux fois le diamètre de la diffraction et chaque spot fait deux pixels de large (largeur de la tache de diffraction).

Quel Strehl obtient-on en ne considérant que l'erreur de l'analyseur ?

Rappel : $\log_{10}(n) = -0.4 m_v + 3$ avec n en nombre de photon par cm^2 par Angström et par s.

$$\sigma_{\Delta\Phi}^2 = \frac{\pi^2}{2 n_{ph}} \left(\frac{N_T}{N_D} \right)^2 \qquad \sigma_{\Delta\Phi}^2 = \frac{\pi^2}{3} \frac{\sigma_e^2 N_S^2}{n_{ph}^2} \left(\frac{N_S}{N_D} \right)^2$$

n_{ph} = nombre de photo-électrons dans la sous-pupille

N_T = largeur à mi-hauteur du spot en nombre de pixels

N_D = largeur à mi-hauteur du spot limité par la diffraction en nombre de pixels

N_S = largeur de la fenêtre de calcul du centre de gravité en pixels

σ_e = écart-type du bruit de détecteur en photo-électron par pixel et par trame

Exercice : Shack-Hartmann pour l'ELT (solution)

Le système d'optique adaptative derrière un télescope de 30m de diamètre pointe une étoile guide de magnitude $m_v=13,2$.

L'analyseur divise le faisceau en $N_{\text{souspup}} = 1200$ sous-pupilles. La transmission des optiques de l'entrée du télescope au détecteur de l'analyseur est $T_{\text{tel}}=50\%$. Ce détecteur utilise une bande spectrale de $\Delta\lambda=0,4\mu\text{m}$, son rendement quantique est $q_{\text{det}}=80\%$ et son bruit d'écart-type $\sigma_e=3e^-/\text{pixel}$. On choisit un temps de pose de $\Delta t=1,5\text{ms}$. Le calcul pour chaque sous-pupille se fait sur deux fois le diamètre de la diffraction et chaque spot fait deux pixels de large (largeur de la tache de diffraction).

Quel Strehl obtient-on en ne considérant que l'erreur de l'analyseur ?

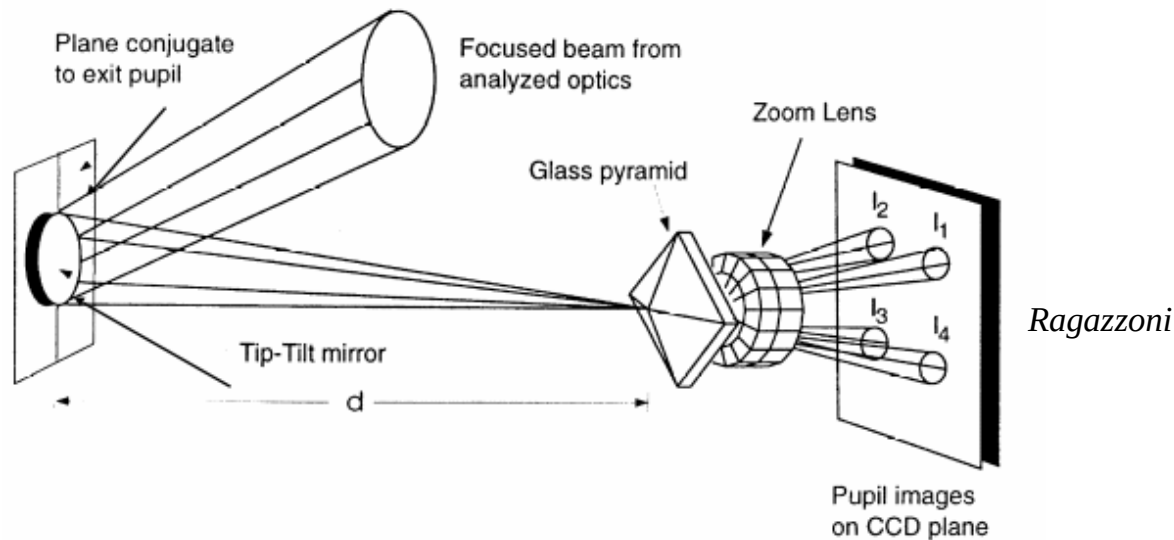
Rappel : $\log_{10}(n) = -0,4 m_v + 3$ avec n en nombre de photon par cm^2 par Angström et par s.

Réponse

$$n_{ph} = 10^{(-0,4 m_v + 3)} * T_{tel} * q_{det} * \Delta\lambda * \pi * \frac{D^2}{4} * \Delta t * \frac{1}{N_{\text{souspup}}} \approx 74 \text{ photons} \quad N_S = 2 N_D$$

$$\sigma_{\Delta\Phi}^2 = \frac{\pi^2}{2 n_{ph}} \left(\frac{N_T}{N_D} \right)^2 + \frac{\pi^2}{3} \frac{\sigma_e^2 N_S^2}{n_{ph}^2} \left(\frac{N_S}{N_D} \right)^2 = 0,41 \quad \Rightarrow \quad SR \simeq 66\%$$

L'analyseur pyramide



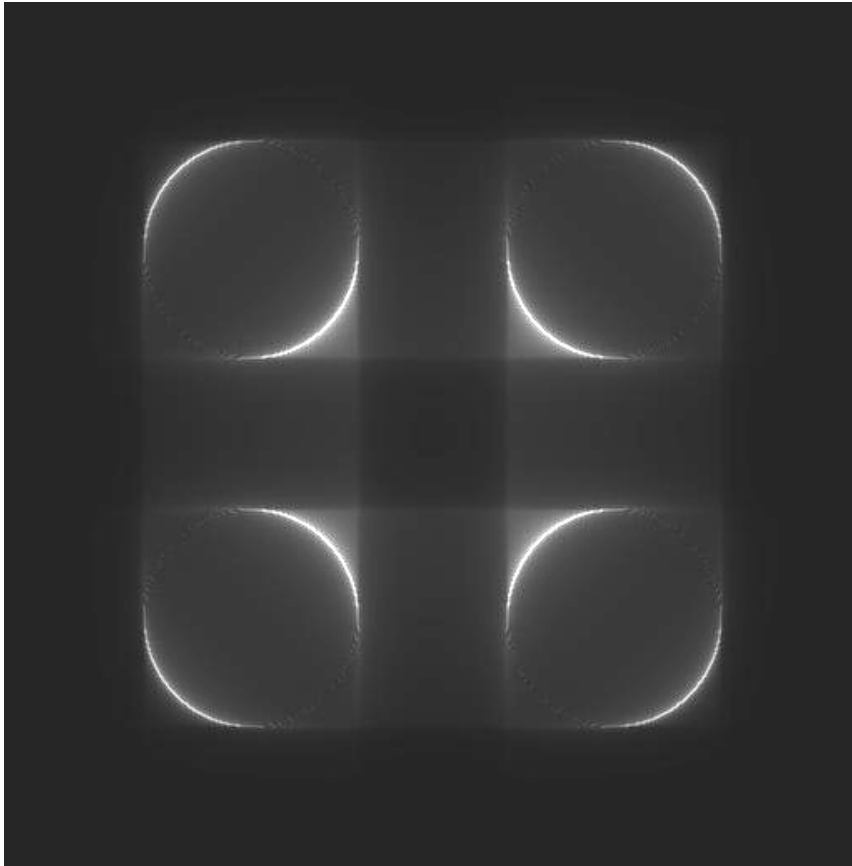
- Pyramide de verre forme 4 images de la pupille sur le détecteur $\{I_i\}_{1 \leq i \leq 4}$
- Modulation θ_{mod} de la position angulaire du spot sur la pyramide
 - $\theta_{\text{mod}} \sim \lambda/r_0$: linéarité pour tous les ordres
 - $\theta_{\text{mod}} \sim \lambda/D$: gde sensibilité aux bas ordres mais non linéarité aux hauts ordres

$$\text{Si } \theta_{\text{mod}} > \frac{\lambda}{2\pi} \text{Max}_{\text{pupille}} \left(\left| \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right| \right) \quad \text{alors} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\pi^2 \theta_{\text{mod}}}{\lambda} \frac{I_1 + I_4 - I_2 - I_3}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}$$

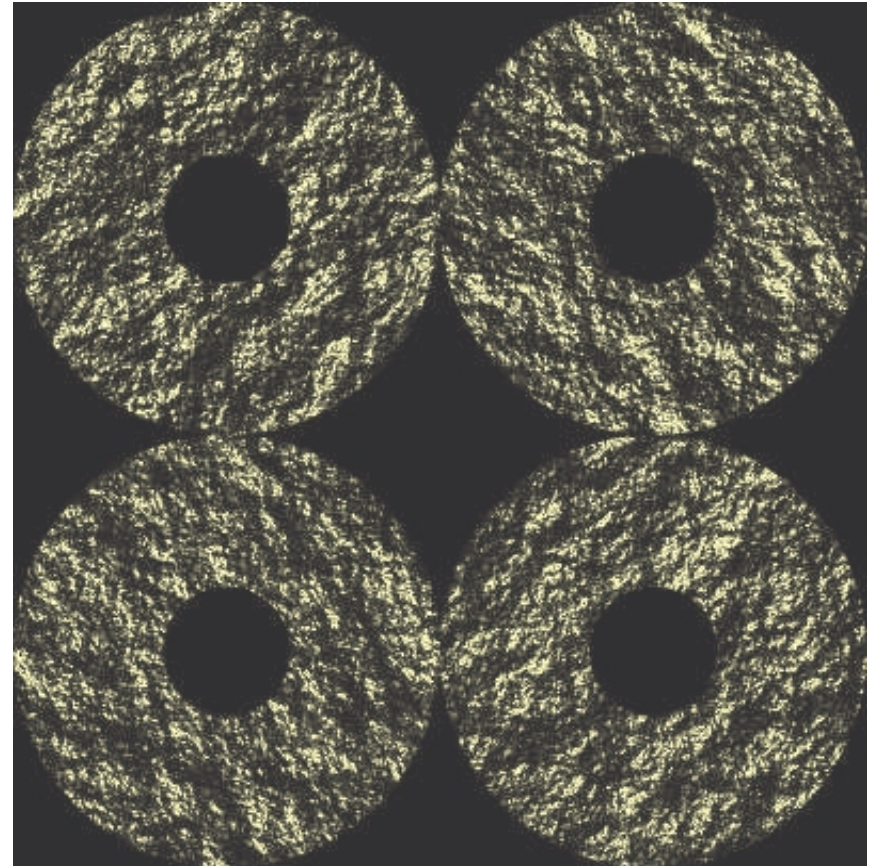
L'analyseur pyramide : exemple d'images

Effets de la diffraction

Aucune aberration (sans obstruction)



En présence de turbulence
(avec obstruction)



Analyseurs Shack-Hartmann et pyramide

Par principe :

- Achromatique
- Bande spectrale très large (celle du détecteur)
- Objets étendus (très étendus pour un SH → Soleil)
- Très grande sensibilité
- Peu sensible à la scintillation

Caractéristiques instrumentales :

- Utilisation de CCD à très faible bruit et à haut rendement quantique
- 4 pixels minimum par sous pupille
- Ajustement de la dynamique ou sensibilité (focale, modulation)

Reconstruction de la surface d'onde

Objectif : **trouver la phase Φ** en fonction des mesures m

Mesures m = phase ou sa dérivée première ou sa dérivée seconde

Étalonner l'analyseur de surface d'onde

Relation théorique linéarisée : $m = D_{\Phi} \Phi + \varepsilon$ avec D_{Φ} matrice d'interaction et ε le bruit

→ **approche zonale**, par discrétisation $\Phi = \Phi_{i,j}$ (i, j les numéros de pixels)

→ **approche modale**, décomposition sur une base $\{Z_i\}$:
$$\Phi = \sum_i q_i Z_i(\vec{r})$$

Plan

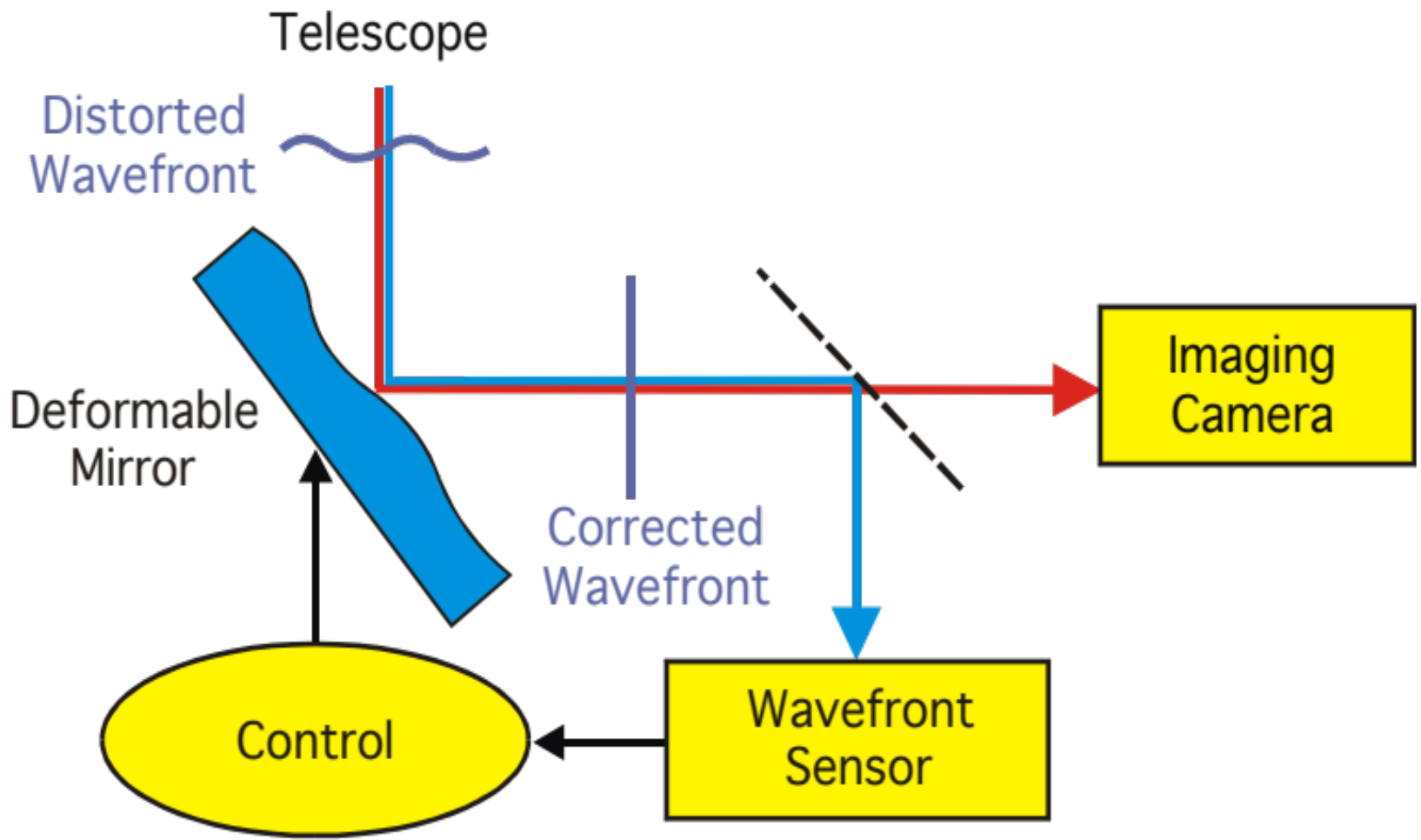
Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Schéma d'une optique adaptative



L'idée : étalonnage de la boucle de rétroaction

Objectif : **trouver les commandes DM** en fonction des mesures m

Mesures m = phase ou sa dérivée première ou sa dérivée seconde ou autre

1/ Lien entre phase et commandes DM → matrice d'interaction

$\Phi = A C$ avec C les commandes DM et A la matrice d'interaction du DM

Et avec $m = D_{\phi} \Phi + \varepsilon$:

$m = D C + \varepsilon$ avec D matrice d'interaction en commande et ε le bruit

Rq : $D = D_{\phi} A$

2/ Inverser le problème → matrice de commande

On cherche la matrice de commande B telle que : $C = B m$

→ moindres carrés, maximum a posteriori, variance de phase minimale, etc

Mesure de la matrice d'interaction

Objectif : Que mesure l'analyseur quand on bouge un des degrés de liberté du correcteur ?

Matrice d'interaction = relation entre miroir déformable et analyseur de surface d'onde

- **Étalonnage crucial** : connaître l'impact d'un maximum de paramètres (décalage latéral, rotation, grandissement, sensibilité de l'analyseur, gain des actionneurs, etc).

- Procédure

- **Modifier chaque degré de liberté un à un** → ex : on pousse uniquement l'actionneur k
- Enregistrer la mesure de l'analyseur → vecteur m_k
- Répéter l'opération pour tous les degrés de liberté
- Construire la matrice d'interaction D à partir des mesures m_k

$$D = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{p1} & m_{p2} & \cdots & m_{pn} \end{pmatrix}$$

- Pour un vecteur C de tensions envoyées au miroir déformable la mesure est alors : $m = D C$
(si le système est linéaire!)

Calcul de la matrice de commande

Généralement, il y a plus de mesures m_i que d'inconnues C_j

Minimisation d'un critère des moindres carrés : distance aux mesures m

$$e = \|m - DC\|^2 = \sum_i \left(m_i - \sum_j D_{i,j} C_j \right)^2$$

Minimiser $e \Rightarrow$ dérivées de e par rapport à C_j nulles

$$\Rightarrow C = (D^t D)^{-1} D^t m \quad (D^t D)^{-1} D^t = \text{matrice inverse généralisée}$$

Mais $D^t D$ n'est pas toujours inversible car il y a des modes non mesurés par l'analyseur (piston, gauffre, etc)

Décomposition de $D^t D$ en valeurs propres, pseudo-inverse : $D^t D = U \Lambda U^t$

Commande C du DM qui reproduit au mieux m : $C = B m = U \Lambda^{*-1} U^t D^t m$

Jamais parfait car nombre fini d'actionneurs ! \rightarrow coupure en fréquences spatiales

Plan

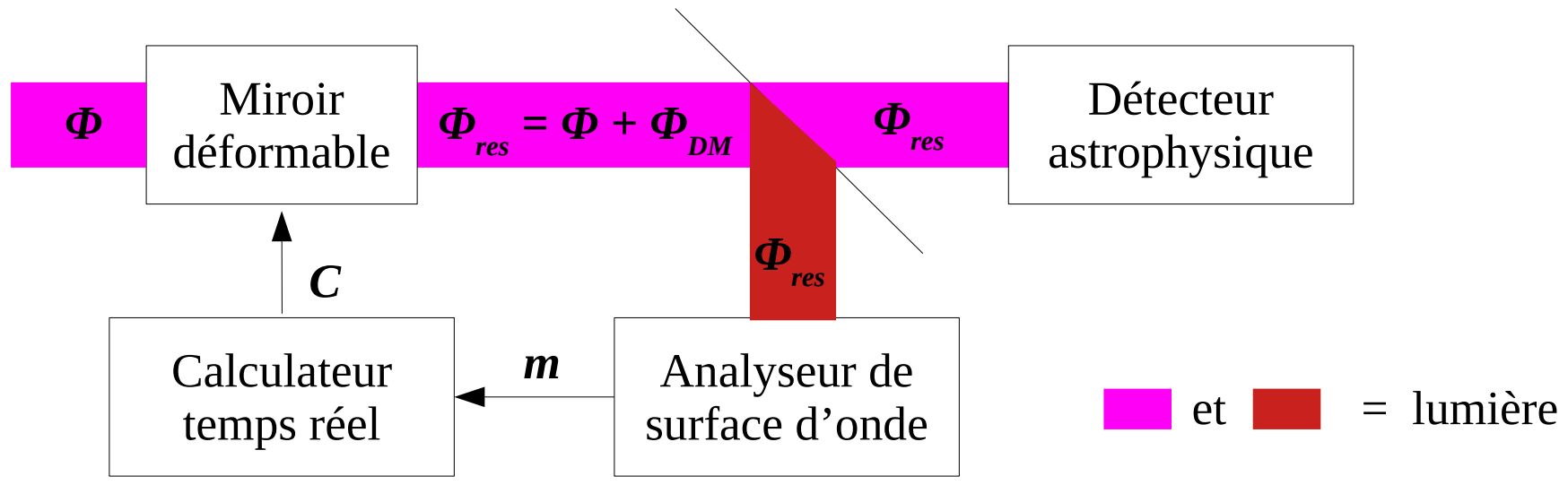
Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Commande temporelle et commande spatiale



■ et ■ = lumière

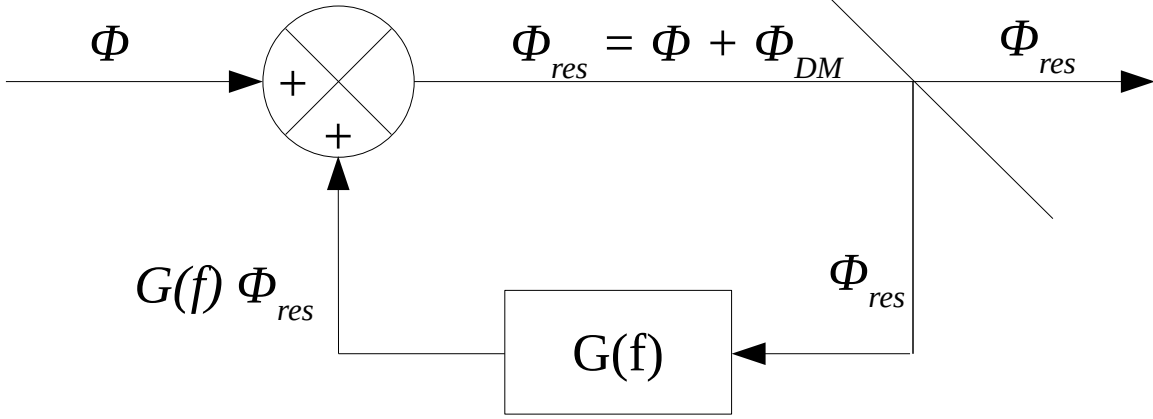
$$C(t + dt) = C(t) + g B m(t)$$

g = gain de l'intégrateur temporel

Commande temporelle

Commande spatiale

Fonction de transfert temporelle de l'optique adaptative

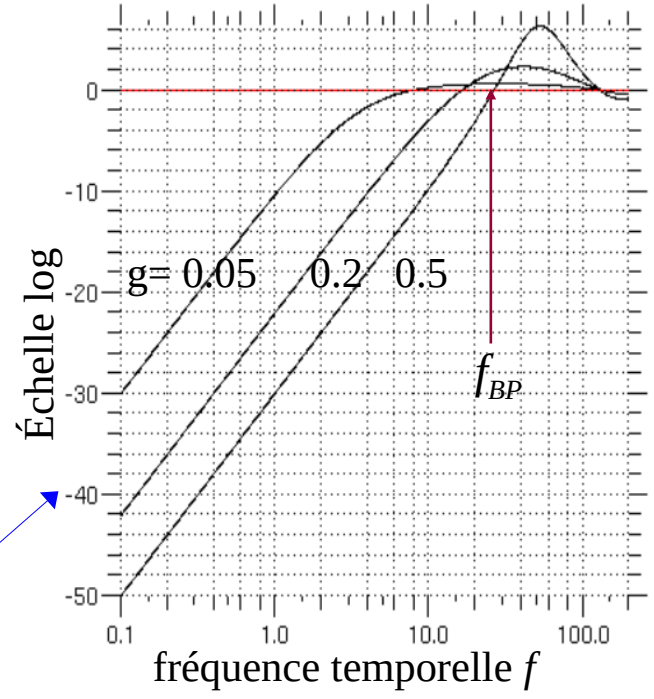


$$\begin{cases} \Phi_{res}(f) = \Phi(f) + \Phi_{DM}(f) \\ \Phi_{DM}(f) = G \Phi_{res}(f) \end{cases}$$

Fonction de transfert boucle ouverte

$$\Phi_{res}(f) = \Phi(f) \frac{1}{1+G(f)}$$

Fonction de transfert de réjection



f_{BP} = fréquence de coupure croît avec le gain de la boucle mais attention à l'overshoot

Fonction de transfert temporelle de l'OA : caractéristiques

Fonction de transfert temporelle est essentiellement caractérisée par :

- un **retard pur** (entre la mesure et la correction)
- un **intégrateur**
- un **gain ajustable g**

Rapport ~ 10 entre la fréquence d'échantillonnage et la fréquence de coupure réelle

Variance de phase résiduelle uniquement due aux effets temporels

$$\sigma_{temp}^2 = 0,243 \left(\frac{v}{r_0} \right)^{(5/3)} f_{BP}^{-5/3} \quad \text{avec } v \text{ la vitesse moyenne du vent}$$

Plan

Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Un critère de performance : le Strehl

Rapport de Strehl (SR), calculé sur des longues poses

$$SR = \frac{\text{Max}(PSF_{\text{with phase}})}{\text{Max}(PSF_{\text{without phase}})} \leq 1$$

$$SR = \frac{\int FTO(\vec{f}) d\vec{f}}{\int FTO_{\text{without phase}}(\vec{f}) d\vec{f}}$$

Si télescope sans obstruction centrale : $PSF_{\text{without phase}} = \text{tache d'Airy}$

$$SR \simeq \exp(-\sigma_\phi^2) \simeq 1 - \sigma_\phi^2 \quad \text{si} \quad \sigma_\phi^2 \ll 1 \text{ rad}^2$$

Avec σ_ϕ la variance spatiale de la phase dans la pupille

D'autres critères existent !

En fonction des objectifs scientifiques, on peut utiliser :

- L'énergie intégrée dans la zone d'intérêt (e.g. 1 ou qq λ/D) ;
- L'énergie résiduelle dans une partie de l'image coronographique ;
- etc

Plan

Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Dimensionnement d'un système d'OA : erreur résiduelle

1/ Exprimer le besoin. Ex : en rapport de Strehl : $SR \approx \exp(-\sigma_\Phi^2)$

2/ Équilibrer le budget d'erreur $\sigma_\Phi^2 = \underbrace{\sigma_{fit}^2 + \sigma_{aliasing}^2}_{\text{Erreur spatiale ultime}} + \sigma_{temp}^2 + \underbrace{\sigma_{noise}^2 + \sigma_{aniso}^2}_{\text{Limitations fondamentales}} + \sigma_{calib}^2 + \sigma_{aber}^2$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{Erreur totale de boucle}}$

Sous échantillonnage spatial de la surface d'onde

$$\sigma_{fit}^2 = \mu N_{act}^{-5/6} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \quad 0,2 < \mu < 0,5$$

Repliement

$$\sigma_{aliasing}^2$$

Temporel dû à la fréquence de coupure finie

$$\sigma_{temp}^2 = 0,243 \left(\frac{v}{r_0} \right)^{5/3} f^{-5/3}$$

Bruit de mesure

$$\sigma_{noise}^2$$

Anisoplanétisme

$$\sigma_{aniso}^2$$

Calibration du système d'OA

$$\sigma_{calib}^2$$

Aberrations non vues par le système d'OA

$$\sigma_{aber}^2$$

Longueurs d'onde différentes pour les calculs du SR (voie astrophysique)
et des variances (voie OA)

Combien d'actionneurs ?

On veut $SR = 78\%$ à $0,5\mu\text{m}$. Combien faut-il d'actionneurs au DM ?

$D=8\text{m}$; $r_0=10\text{cm}$ à $0,5\mu\text{m}$ et $\mu=0,257$

Même question pour $2,2\mu\text{m}$.

$$\sigma_{fit}^2 \simeq \mu N_{act}^{-5/6} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3}$$

$$\sigma_{temp}^2 = 0,243 \left(\frac{v}{r_0} \right)^{5/3} f^{-5/3}$$

$$r_0 \propto (\lambda)^{(6/5)}$$

Combien d'actionneurs ? (solution)

On veut $SR = 78\%$ à $0,5\mu\text{m}$. Combien faut-il d'actionneurs au DM ?
 $D=8\text{m}$; $r_0=10\text{cm}$ à $0,5\mu\text{m}$ et $\mu=0,257$

Même question pour $2,2\mu\text{m}$.

$$\sigma_{fit}^2 \simeq \mu N_{act}^{-5/6} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \Rightarrow N_{act} = \left(\frac{\mu}{\sigma_{fit}^2} \right)^{6/5} \left(\frac{D}{r_0} \right)^2 \Rightarrow N_{act} = \left(\frac{\mu}{-\log SR} \right)^{6/5} \left(\frac{D}{r_0} \right)^2$$

$$\mu=0,257 \Rightarrow N_{act}=6665 \quad @ 0,5 \mu\text{m}$$

$$N_{act} = \left(\frac{\mu}{-\log SR} \right)^{6/5} \left(\frac{D}{r_0 (\lambda/0,5)^{(6/5)}} \right)^2 \Rightarrow N_{act}=190 \quad @ 2,2 \mu\text{m}$$

Plan

Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Very Large Telescope (VLT), Paranal, Chili



The New Set at Paranal - The VLT, the VST Dome and the AT1

ESO PR Photo 02d/04 (30 January 2004)

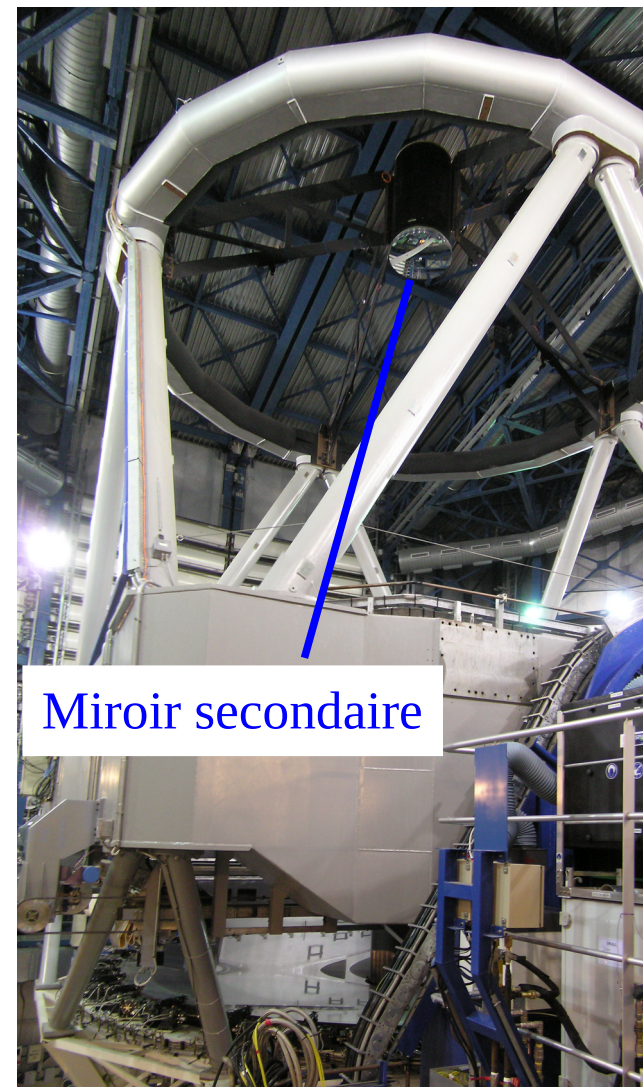
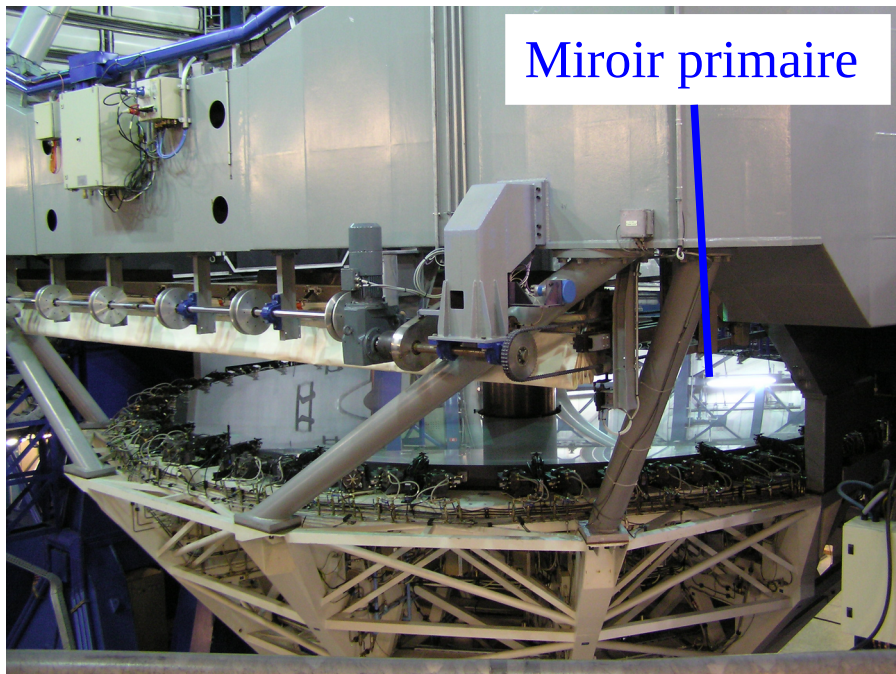
© European Southern Observatory



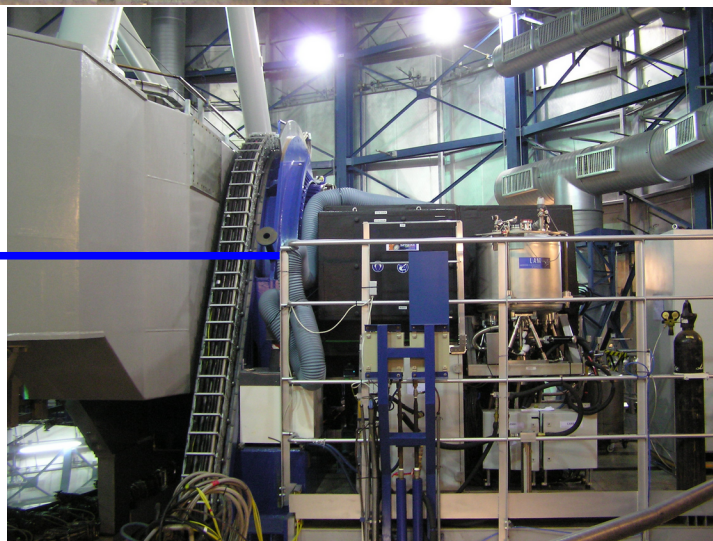
4 télescopes optiques de 8m de diamètre



Un des télescopes de 8m du VLT



Plateforme
Nasmyth



29 septembre 2025

NAOS en quelques chiffres

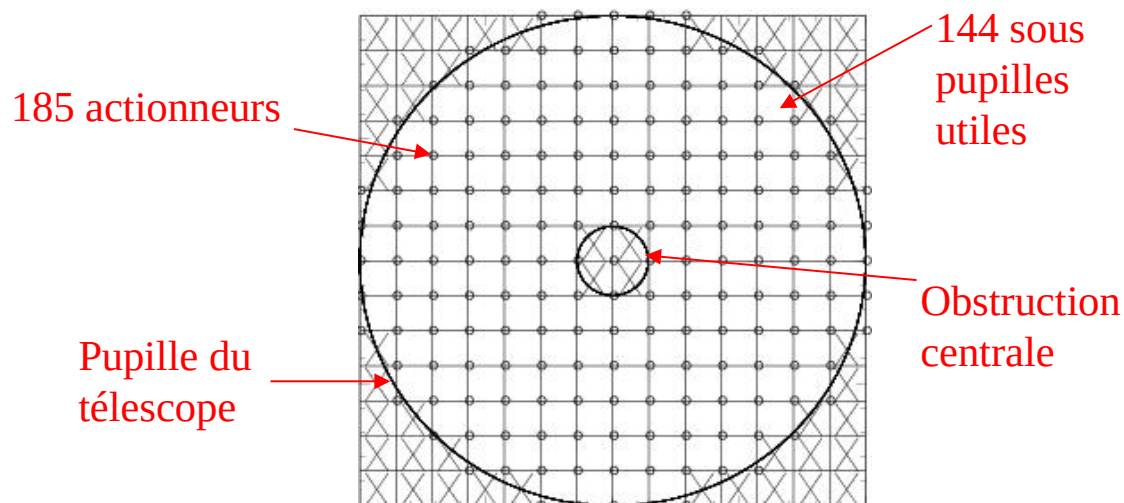
Miroir déformable : 185 actionneurs

Miroir de pointage (tip-tilt) de résolution 2,1mas sur le ciel

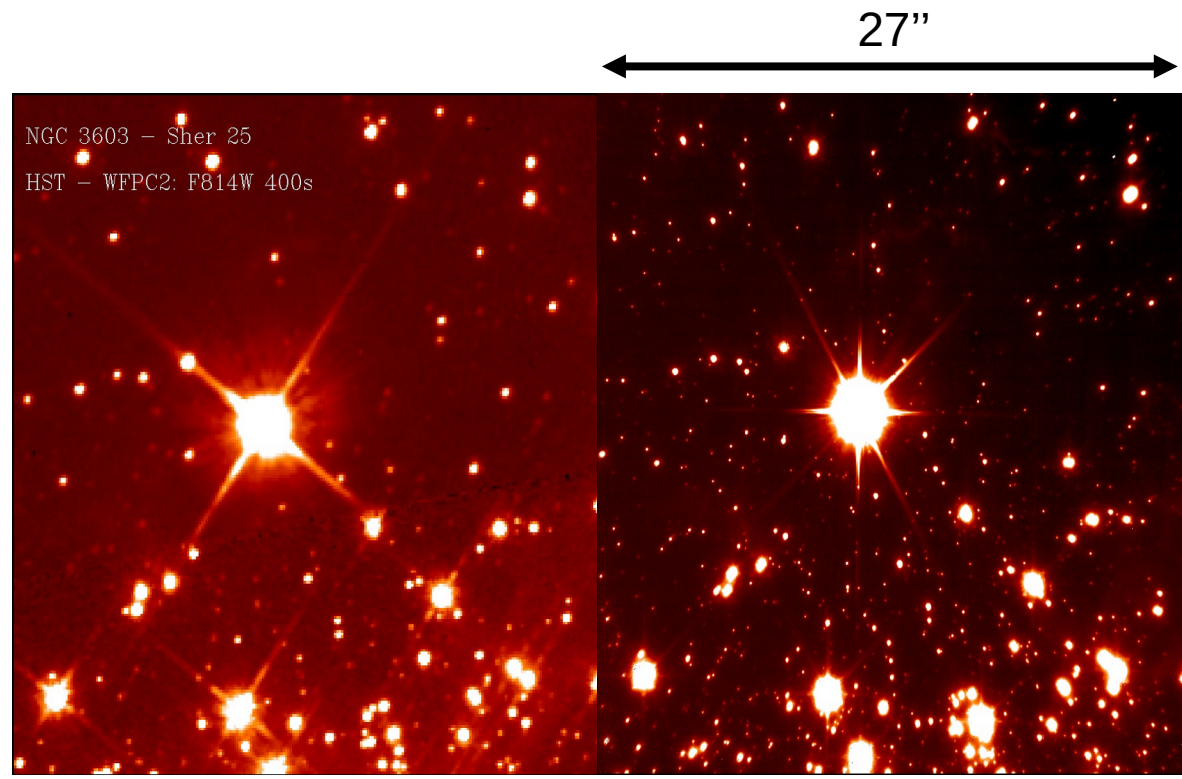
Deux analyseurs de surface d'onde de type Shack-Hartmann

- Visible 0,45 à 1,00 μm , 144 sous-pupilles
- Infra-rouge 0,80 à 2,50 μm , 36 sous-pupilles

Champ de l'étoile guide : 2 arcmin



NACO / VLT : un exemple de performance



Eso

HST/WFPC
I, 400s

VLT/NACO
Ks, 300s
27 mas /pix
Sr: 56%

SAXO / SPHERE en quelques chiffres

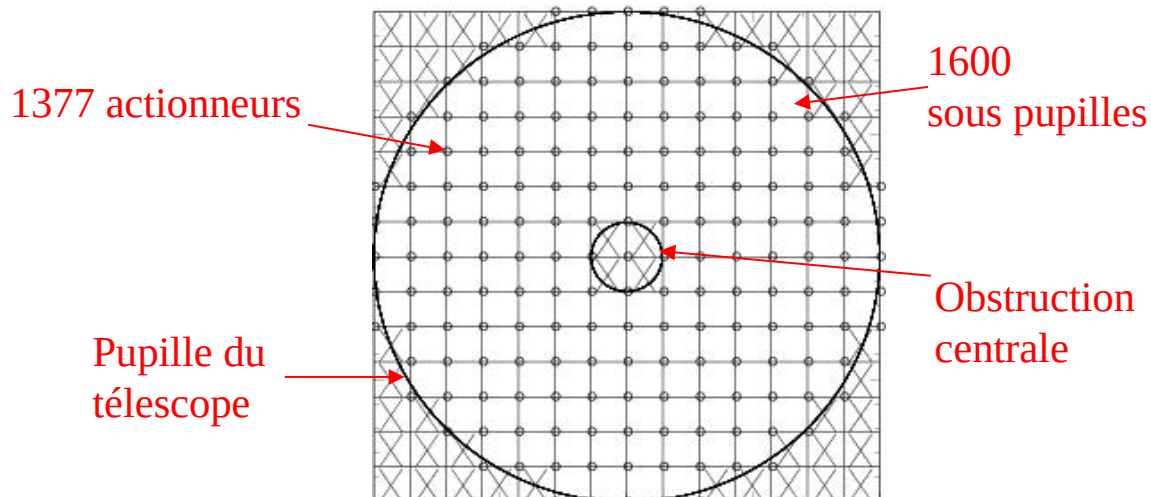
Miroir déformable : 1377 actionneurs @ 1,2kHz

Miroir de pointage (tip-tilt) de résolution 2,1mas sur le ciel

Analyseur de surface d'onde de type Shack-Hartmann

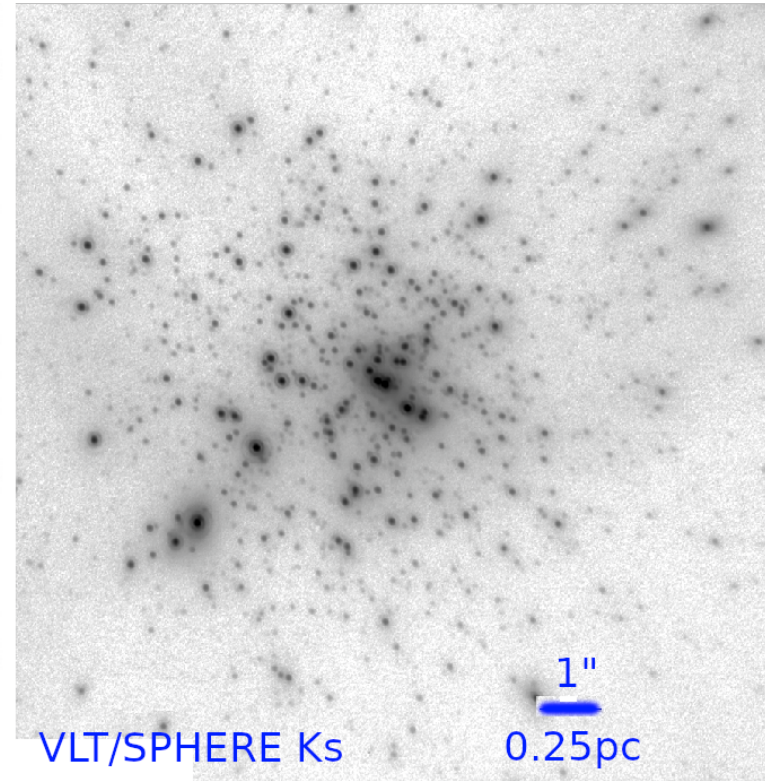
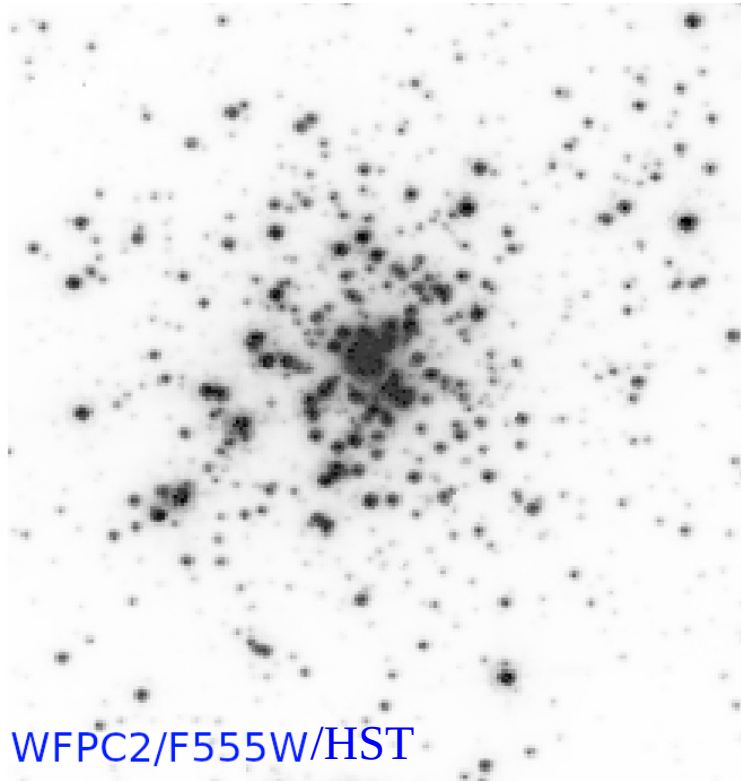
Visible 0,4 à 0,8 μm , 40x40 sous-pupilles

H band SR > 0,90 pour conditions médianes (0,8'' – 1,2'') et étoile brillante ($R < 9$)



SPHERE / VLT : un exemple de performance

Observations de R136 (amas stellaire)



Khorrami et al. 2017

Ici le Strehl est un bon critère mais ce n'est pas toujours vrai ! → imagerie haute dynamique

SPHERE / VLT : limitations

Objectif premier de SPHERE : imagerie d'exoplanètes

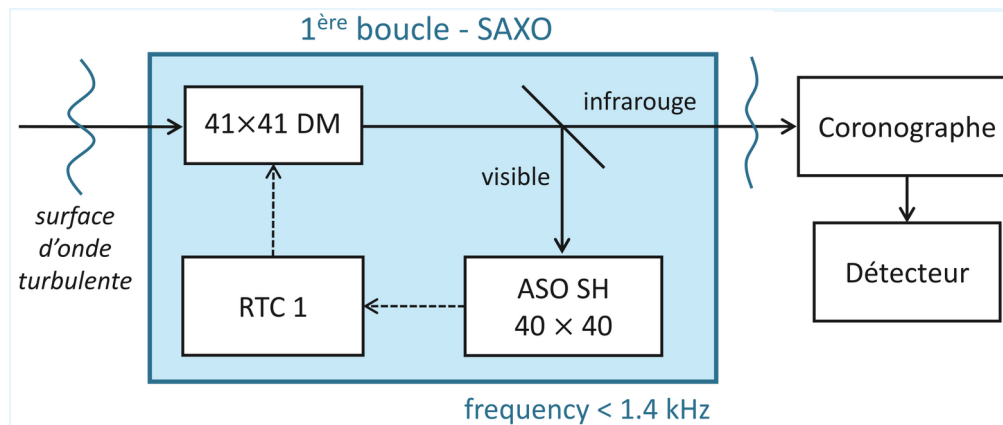
Les images coronographiques sont limitées par le résidu d'optique adaptative :

- ~50 % du temps pour les étoiles brillantes ($0 < G < 5$)
- 90 % du temps pour les étoiles plus faibles ($5 < G < 9$)

=> Besoin d'améliorer l'optique adaptative

=> **SAXO+ pour l'instrument SPHERE+**

Schéma de l'OA SAXO de SPHERE



Objectifs

Détecter des exoplanètes autour d'étoiles brillantes

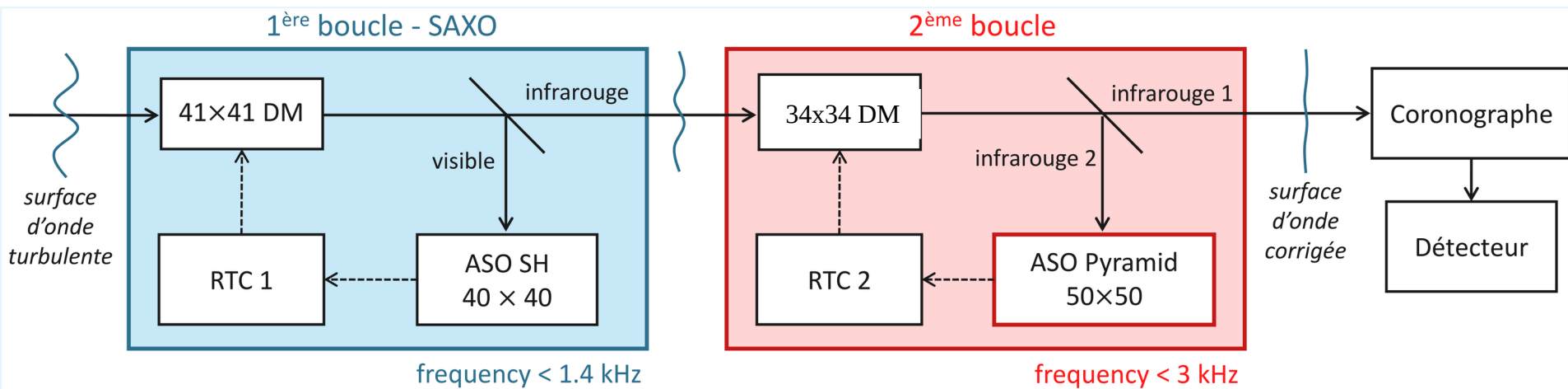
Optique adaptative de SPHERE : SAXO

- 1 analyseur de surface d'onde : SH
- 1 miroirs déformables
- Analyse dans le visible et coronographie dans l'infrarouge

Limitations

- Fréquence
- Sensibilité

Schéma de l'OA SAXO+ de SPHERE+

**Objectifs**

Détecter des exoplanètes (plus près et plus ténues) autour d'étoiles plus rouges

Optique adaptative de SPHERE+ : SAXO+

- 2 boucles asynchrones
- 2 types d'analyseur de surface d'onde
- 2 miroirs déformables différents
- 2 domaines spectraux différents

Dimensionnement d'un système d'optique adaptative

Beaucoup de paramètres à ajuster

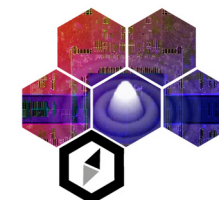
Turbulence	
profile	ESO 35 layer median
outer scale	$L_0 = 25$ m
seeing*	$s = 0.5, 0.8, 1.2$ arcsec
coherence time*	$\tau_0 = 1, 3, 5, 7$ ms
Telescope	
diameter	$D = 8$ m
entrance pupil	VLT pupil
First stage	
Shack-Hartmann WFS	
wavelength	$\lambda_{\text{WFS}} = 700$ nm
subapertures	40×40
readout noise	0.1 electrons/pixel
Deformable mirror	
geometry	41×41 + tip-tilt mirror
modal basis	800 KL modes
Control loop	
reconstruction matrix	least squares method
command law	integrator + scalar gain
total delay	2.15 ms
loop gain*	$g_1 = 0, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$

Second stage	
Pyramid WFS	
wavelength	$\lambda_{\text{WFS}} = 1.2$ μm
subapertures	50×50
readout noise	0.8 electrons/pixel
modulation radius*	0, 1, 3, 5, 10 λ_{WFS}/D
Deformable mirror	
geometry	26×26
modal basis	400 KL modes
Control loop	
reconstruction matrix	least squares method
command law	modal integrator
optical gain compensation	CLOSE algorithm
total delay	2 sampling frames
Image formation	
type of coronagraph	perfect
wavelength	$\lambda = 1.67$ μm
exposure time	3 s

Optimisation par simulations numériques

COMPASS

- Développé au LIRA par l'équipe OA
- Interface utilisateur en Python

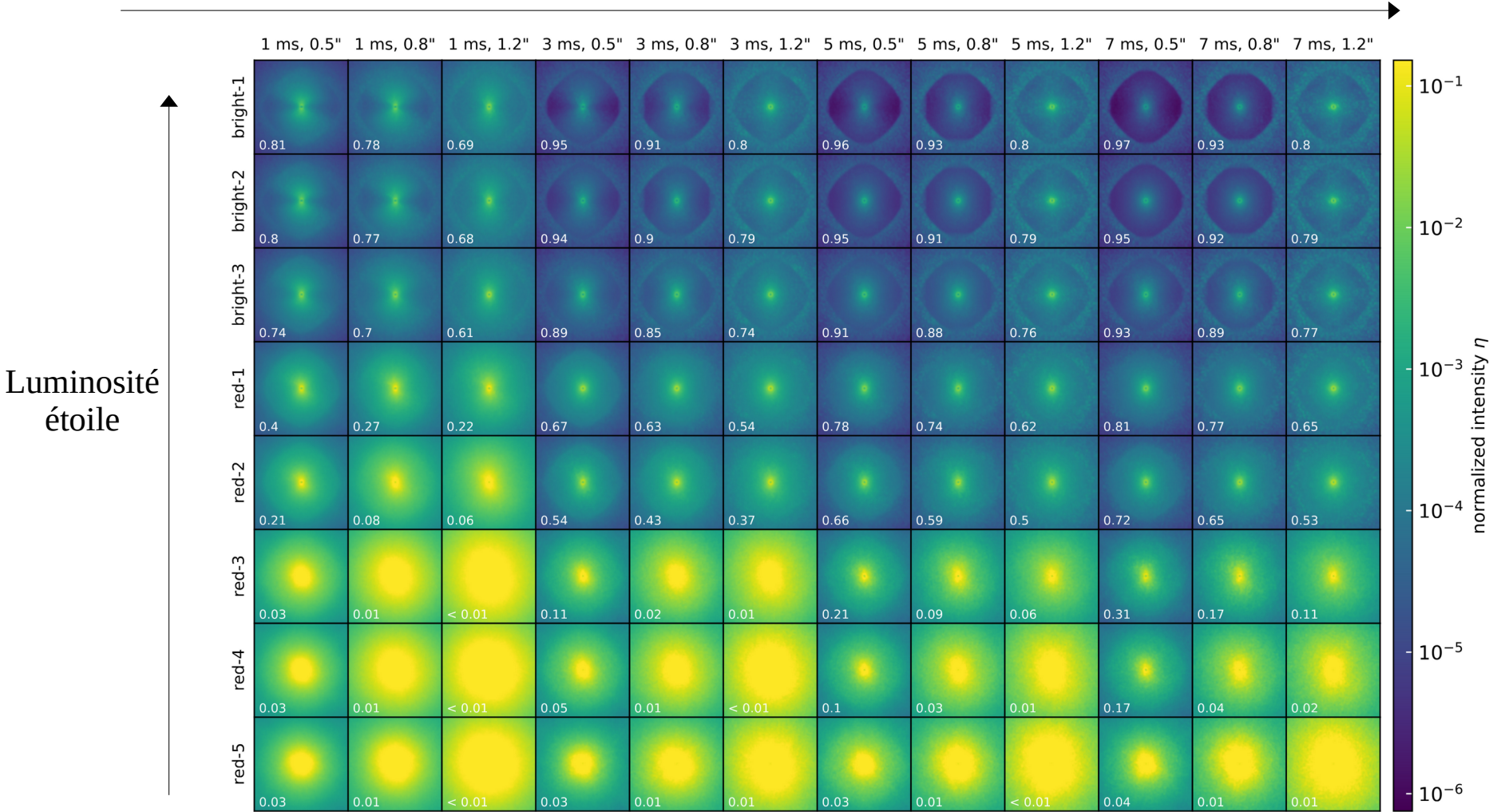


Gratadour et al. 2016, Ferreira et al. 2018
compass.pages.obspm.fr/website

Science case	G mag	J mag	SH flux [ph-e/subap/ms]	pyramid flux [ph-e/pixel/ms]	simulated frequencies	
					1st stage [Hz]	2nd stage [Hz]
bright-1	5.5	5.2	411	146	500, 1000	1000, 2000, 3000
bright-2	7.6	7.2	59.3	23.1	250, 500, 1000	
bright-3	9.6	7.8	9.41	13.3	50, 250, 500	
red-1	11.9	8.5	1.13	6.98	50, 250	
red-2	12.8	10.1	0.492	1.60	50, 250	
red-3	14.5	10.1	0.130	1.60	500, 1000, 2000	100, 250, 500
red-4	15.3	11.4	0.0492	0.483	10, 50, 250	
red-5	16.8	12.5	0.0124	0.175	10, 50, 250	

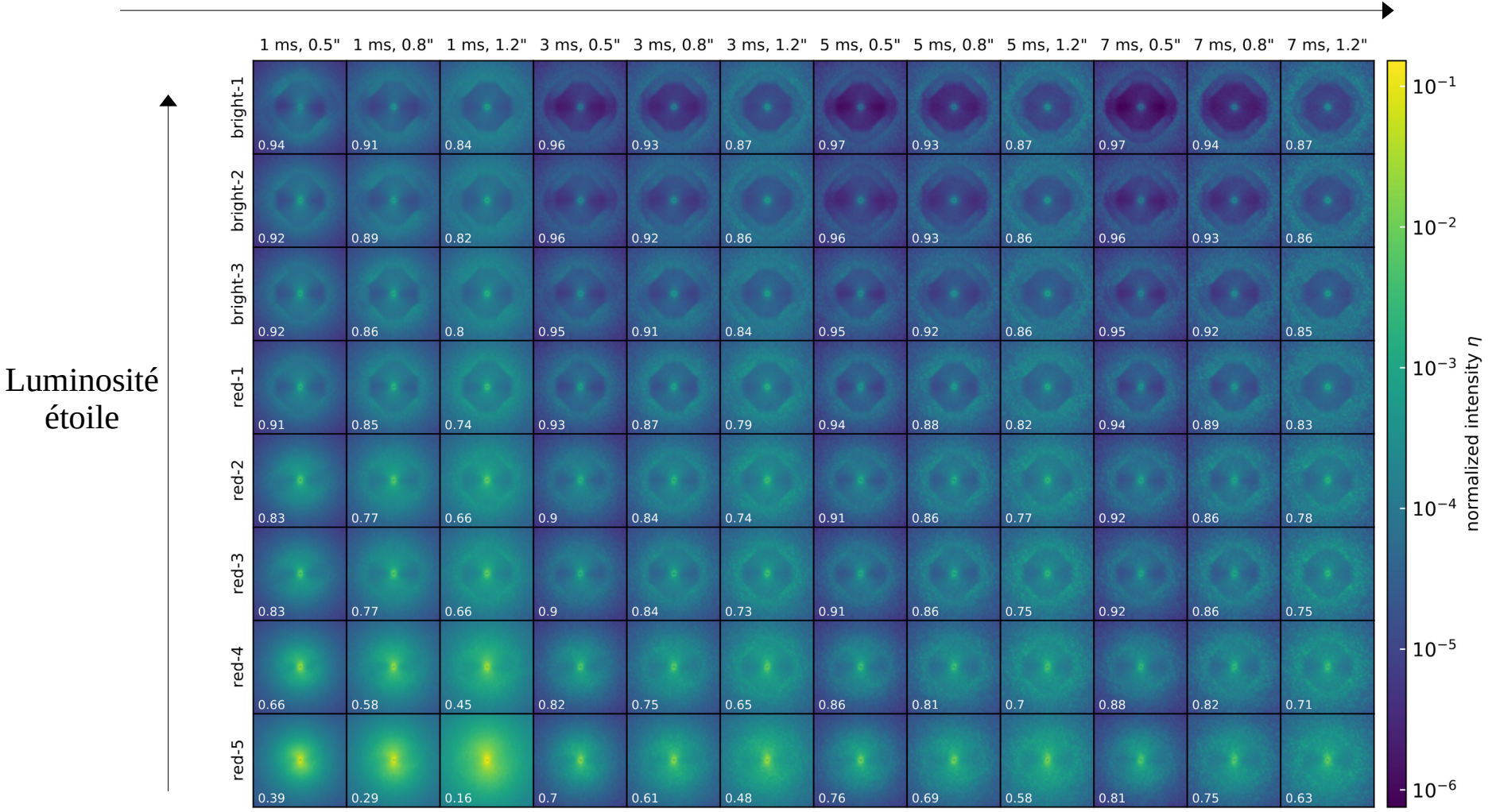
Performance de SAXO (simulations numériques)

Seeing et temps de cohérence



Performance de SAXO (simulations numériques)

Seeing et temps de cohérence



Plan

Fonction de Transfert optique

- Définition : Fonctions de transfert optique, de modulation et de phase
- Liens entre FTO, PSF et pupille
- Instrument mono-pupille = filtre passe-bas
- Impact des aberrations statiques
- Impact de la turbulence atmosphérique

Optique adaptative : Single conjugated adaptive optics

- Objectif et principe et fonctionnement
- Miroirs déformables
- Analyseurs de surface d'onde
- Commande de boucle
- Fonction de transfert temporelle
- Critère de performance : Strehl, énergie encerclée, autre
- Dimensionnement d'un système
- Instruments NAOS, SPHERE et SPHERE+
- Limite de la SCAO

Limites fondamentales de la SCAO

Limite fondamentale de la single conjugated adaptive optics (SCAO) :

- **Luminosité de l'objet utilisé par l'analyseur**

→ magnitude de l'étoile guide : couverture du ciel

- Décorrélation angulaire de la surface d'onde (**anisoplanétisme**)

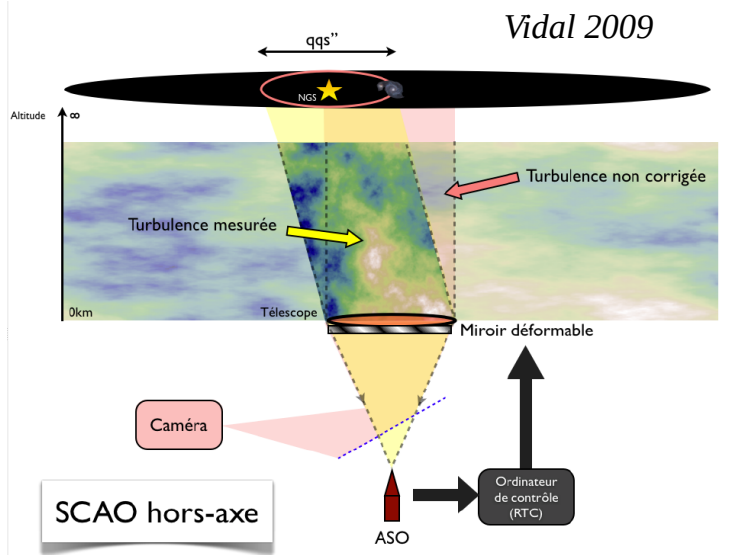
→ angle d'isoplanétisme (conditions moyennes)

3'' à 0,5 μm

18'' à 2,2 μm

→ **Couverture du ciel avec NGS et SCAO: qq%**

NGS = natural guide star





Fin