



F01 : Principe Physique des observations

Cours : formation d'images

15 septembre 2025

M2 SUTS

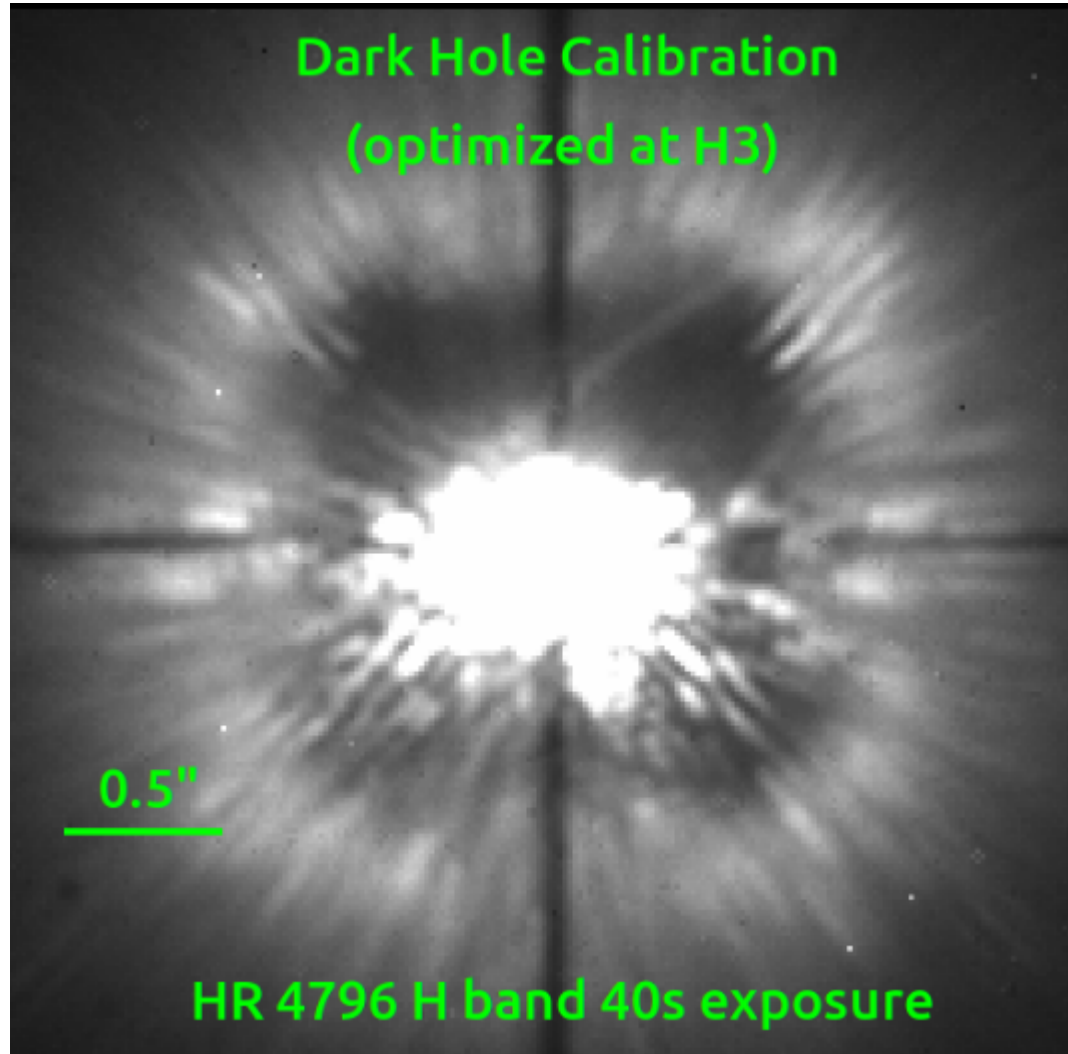
Raphaël Galicher

raphael.galicher @ obspm.fr



Université
Paris Cité





Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

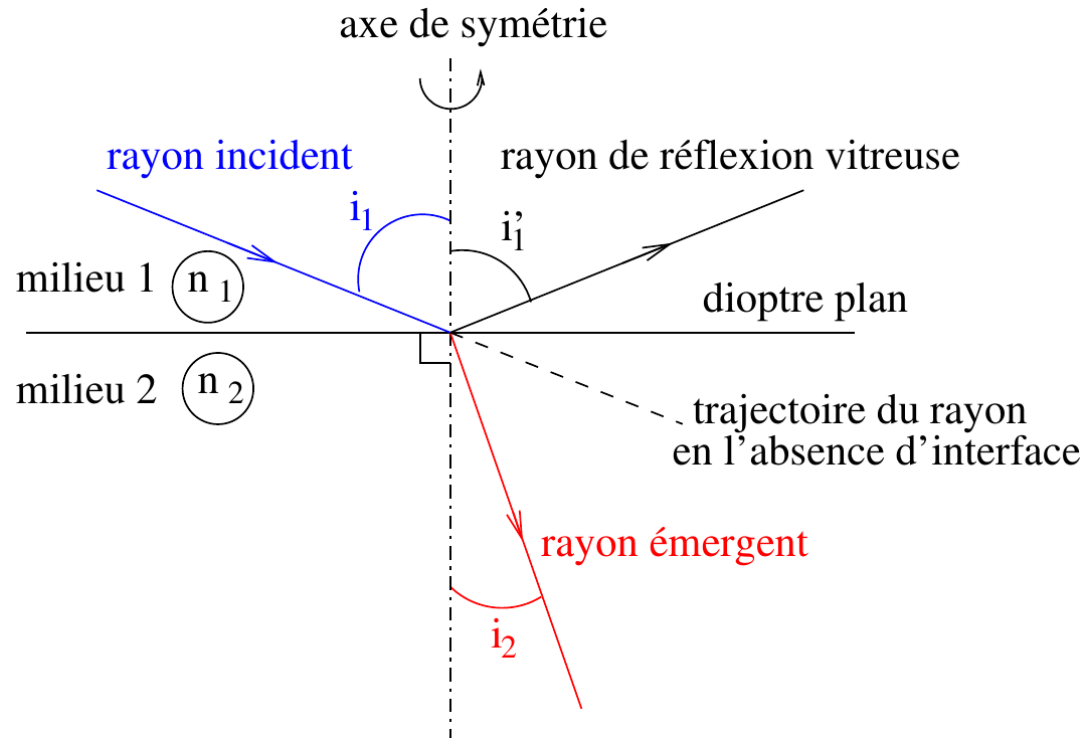
- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Rappels d'optique géométrique : Lois de Snell-Descartes



Loi 1 : les rayons réfracté et réfléchi sont dans le plan d'incidence.

Loi 2 : l'angle de réflexion i_1' est égal à l'angle d'incidence i_1 .

Loi 3 : l'angle de réfraction i_2 est lié à l'angle d'incidence i_1 par

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad (1)$$

Rappels d'optique géométrique : Lentilles minces

Conditions de Gauss

Les faisceaux lumineux forment de petits angles avec l'axe optique

Stigmatisme

L'image d'un point est un point

Lois de conjugaison d'une lentille mince

Lentille de centre O, de focale f, de point focal objet F et de point focal image F'

La lentille fait l'image de A en A'.

Relation de Descartes
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f}$$

Relations de Newton
$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f^2$$

Rappels d'optique géométrique : L'oeil

D'après l'optique géométrique :

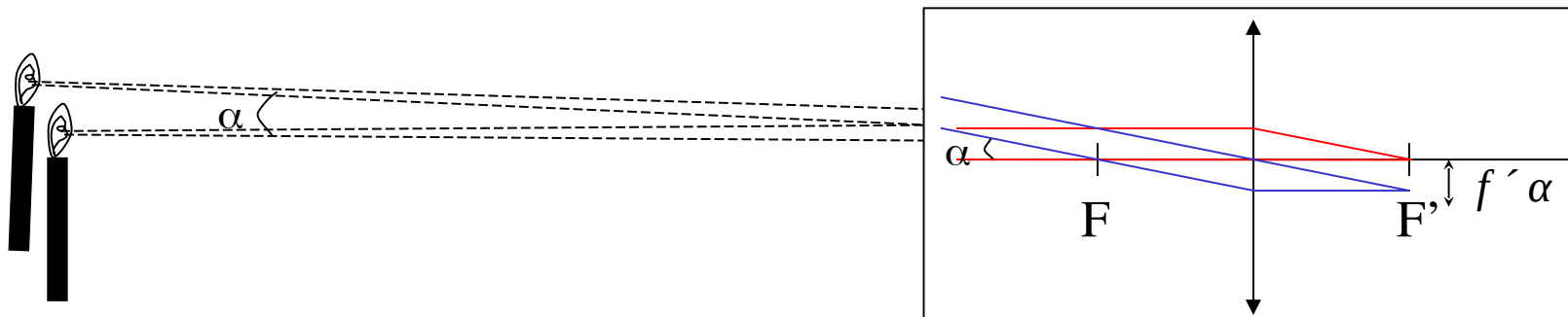
Les images de deux objets ponctuels sont séparées sur le détecteur (la rétine) si elles sont séparées d'au moins un élément sensible de la rétine (les pixels de l'oeil).

Taille d'un élément sensible de la rétine $\sim 10\mu\text{m}$

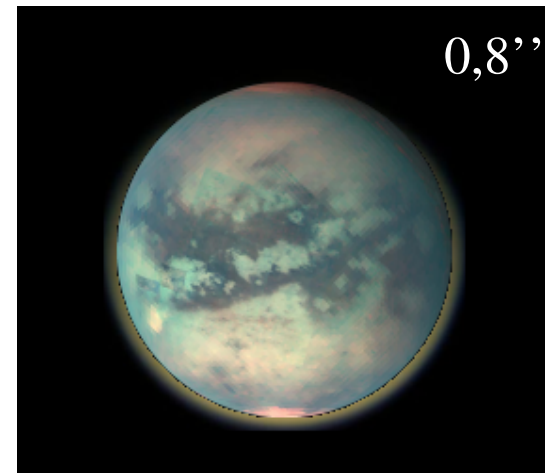
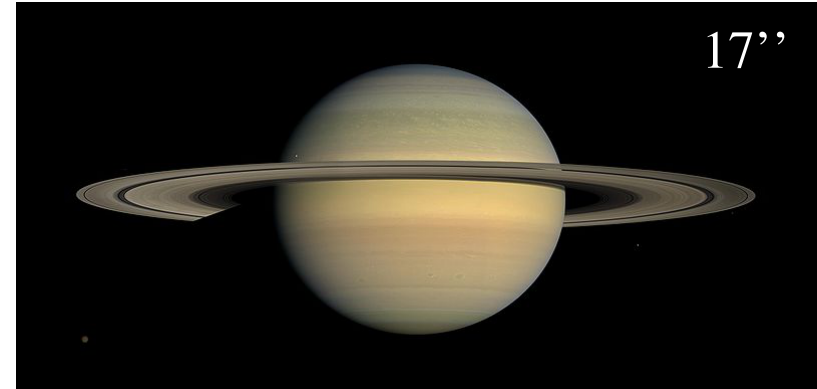
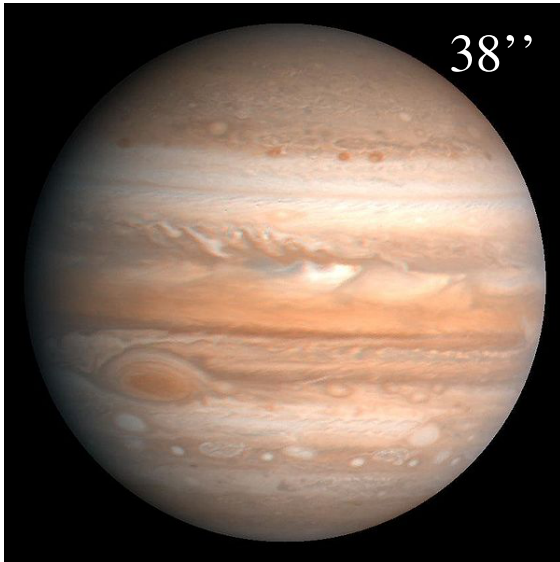
Focale de l'oeil $\sim 3\text{cm}$

L'oeil peut séparer les images de deux sources si l'écart angulaire est supérieur à :

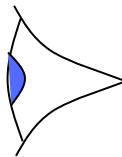
$$\alpha \simeq \frac{10\mu\text{m}}{3\text{cm}} \simeq 300\mu\text{rad} = 1 \text{ minute d'angle}$$



Tailles angulaires de quelques objets



Résolution de l'œil :
 $1' = 60''$



Besoin d'instruments optiques !

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Pourquoi des lunettes astronomiques ?

Deux raisons :

1) Le faible pouvoir collecteur de l'oeil

Surface collectrice \sim quelques mm^2

\rightarrow on ne voit que les objets (très) brillants

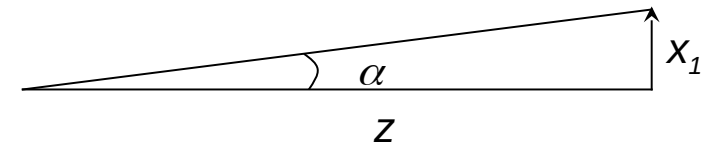
Solution : augmenter la surface collectrice



2) Le faible pouvoir de résolution de l'oeil

Résolution angulaire $\sim 1'$

Solution : augmenter la focale effective



Lunette de Galilée

Invention collective : fin du XVI – début du XVII

Application en astronomie : 1609

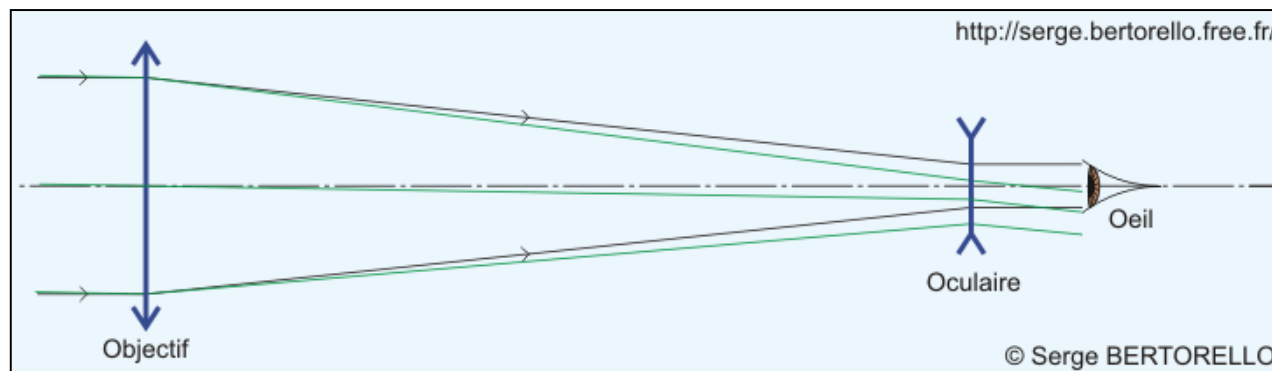
Constituée d'une lentille convergente (objectif) et d'une lentille divergente (oculaire)

Limitation : faible champ de vue et faible grandissement

Galilée a pu obtenir un grandissement de 10

→ résolution angulaire de 6''

→ suffisant pour détecter les anneaux de Saturne

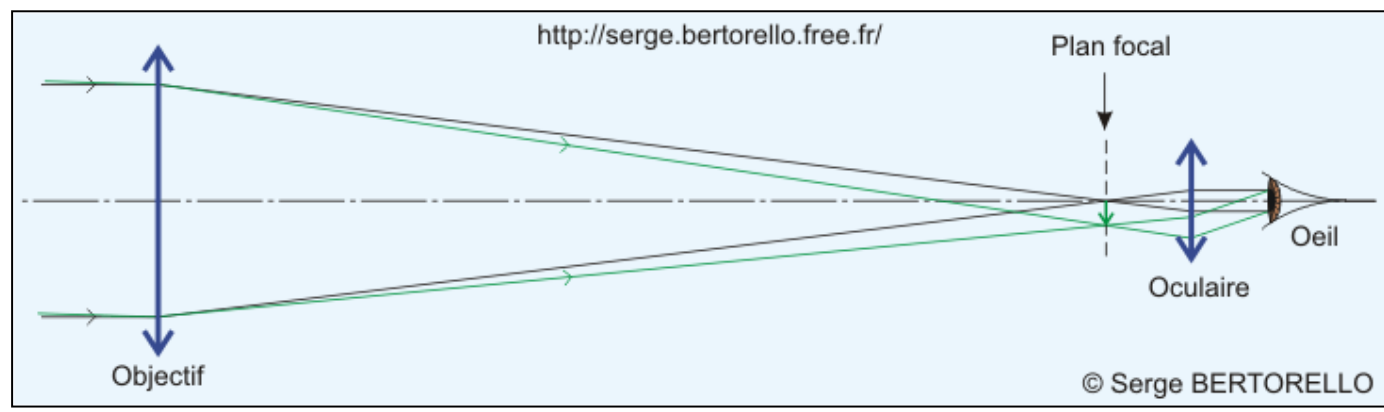


Lunette (de Kepler) astronomique

Constituée de deux lentilles convergentes

L'oculaire est de courte focale → fort grossissement

Inconvénient : inversion des images



Premières découvertes avec des lunettes (1/3)



Les satellites de Jupiter (1610) :
Io, Europe, Ganymède et Callisto

22 septembre 2025

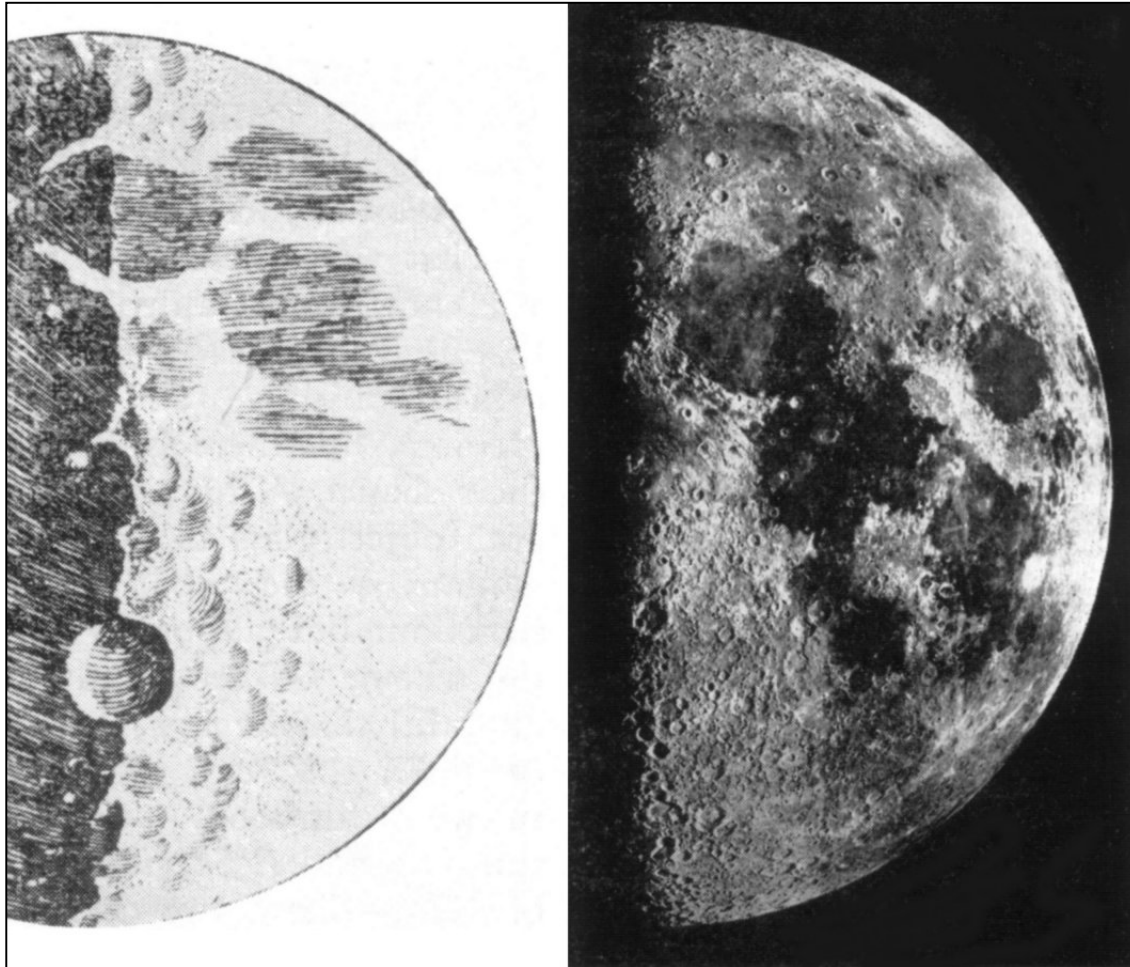
Raphaël Galicher



Les reliefs de la Lune
(1609, Thomas Harriot)

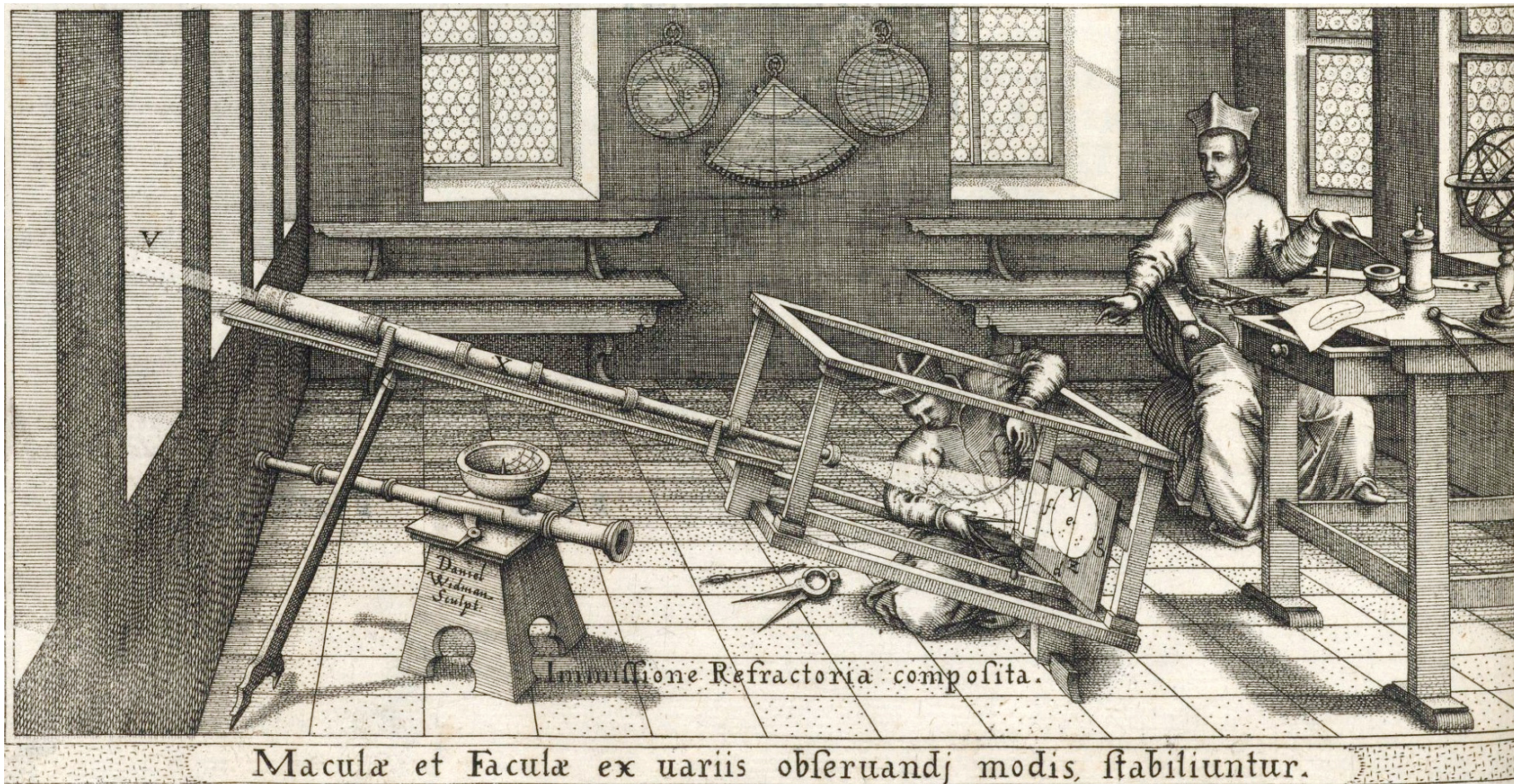
12

Premières découvertes avec des lunettes (2/3)



Dessin original de Galilée

Premières découvertes avec des lunettes (3/3)



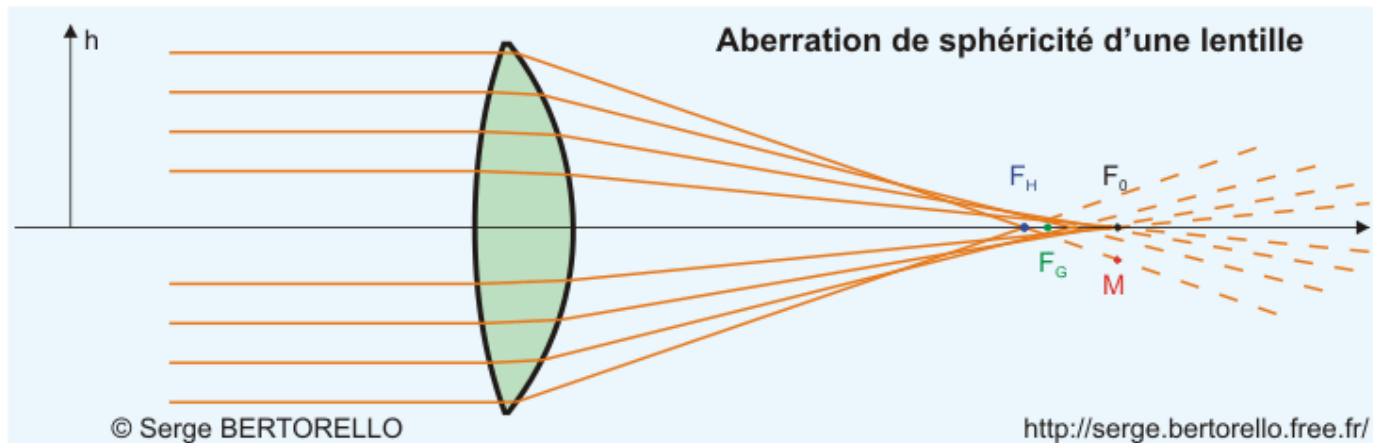
Taches solaires (1611)

Johann Fabricius, Christophe Scheiner, par projection

Les grandes lunettes et les limitations

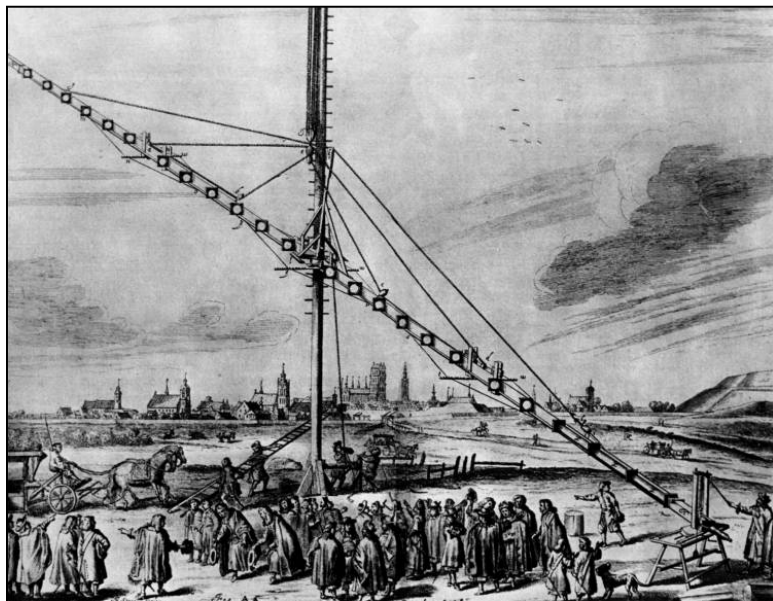
La lentille est stigmatique (image d'un point est un point) dans les conditions de Gauss (faisceaux faiblement inclinés)

En dehors des conditions de Gauss, système astigmatique → aberrations optiques

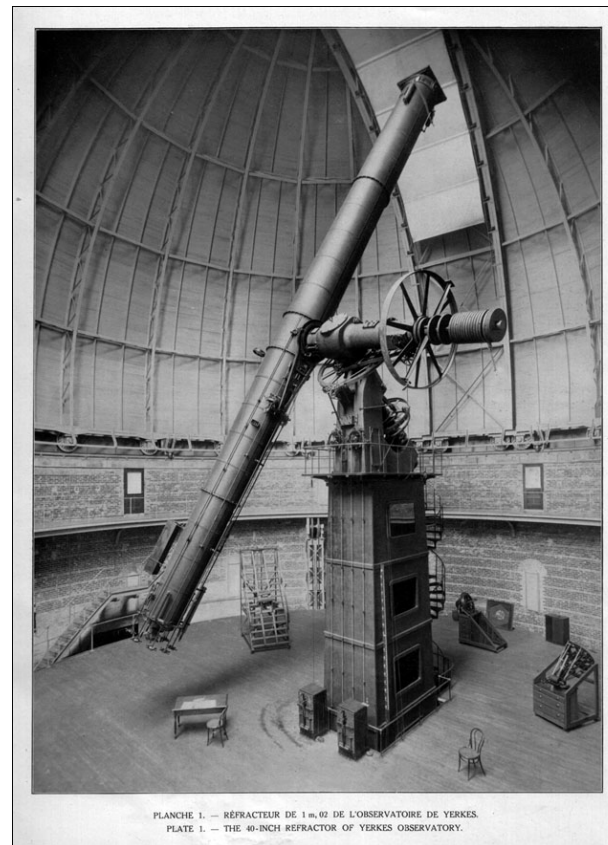


Pour minimiser les aberrations → augmenter la focale

Deux exemples de grandes lunettes



Lunette (sans tube) de 49 m
de focale d'Hévelius (1673)



Compensation du chromatisme et de l'aberration sphérique
→ grandes lunettes plus maniables au XIX
La plus grande est celle de Yerkes, USA avec 102cm de diamètre

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

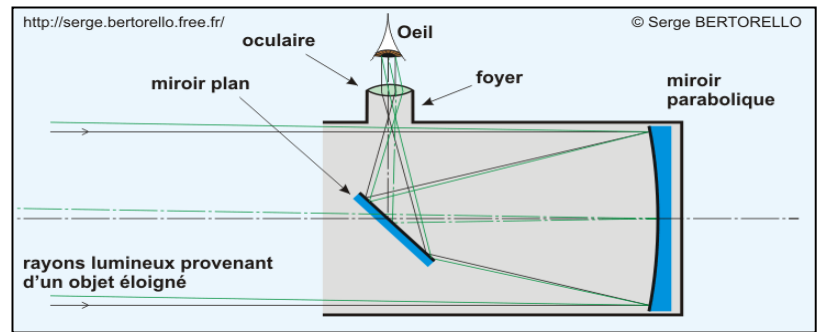
- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Nombreuses configurations optiques pour les télescopes

Télescope → utilisation de miroirs

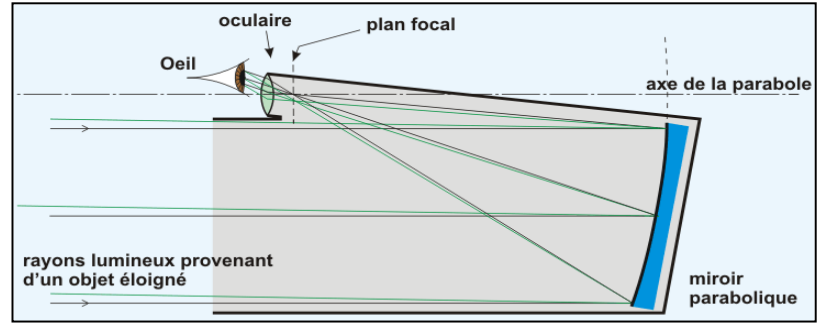
Télescope de Newton (1668)

Miroir primaire parabolique



Télescope de Herschel (XVIII siècle)

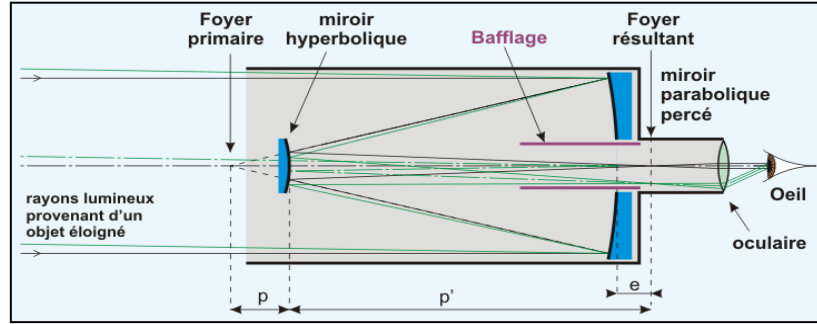
Miroir primaire parabolique hors axe



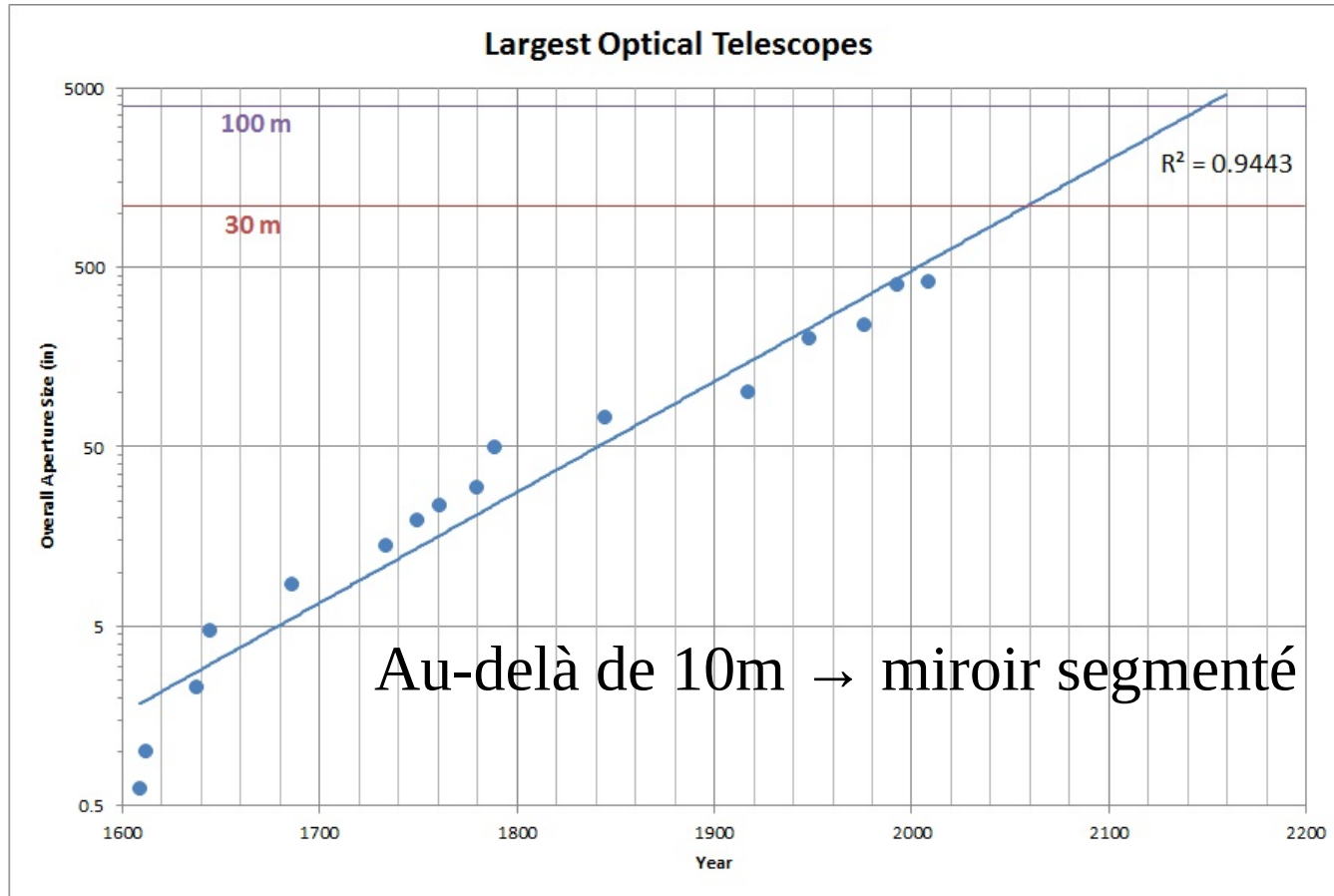
Télescope Cassegrain (1672)

Miroir primaire parabolique

Miroir secondaire hyperbolique



La course au gigantisme

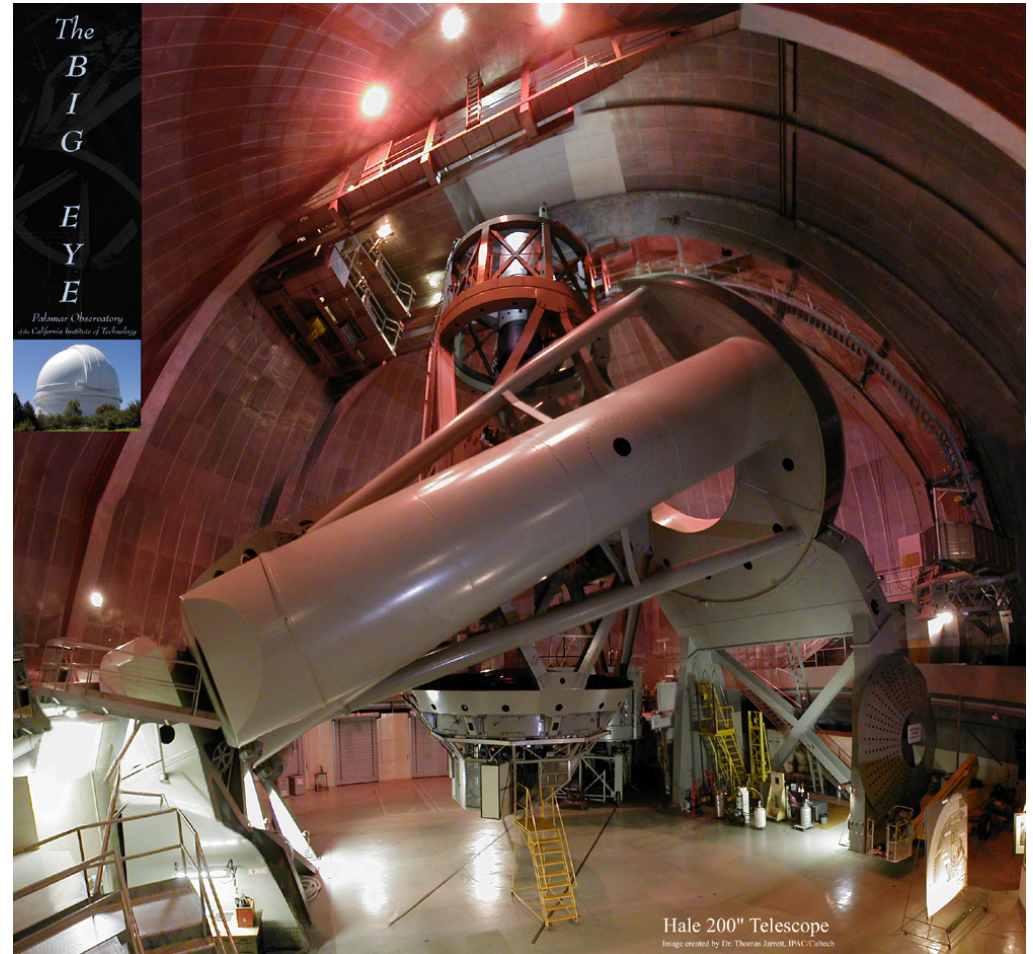
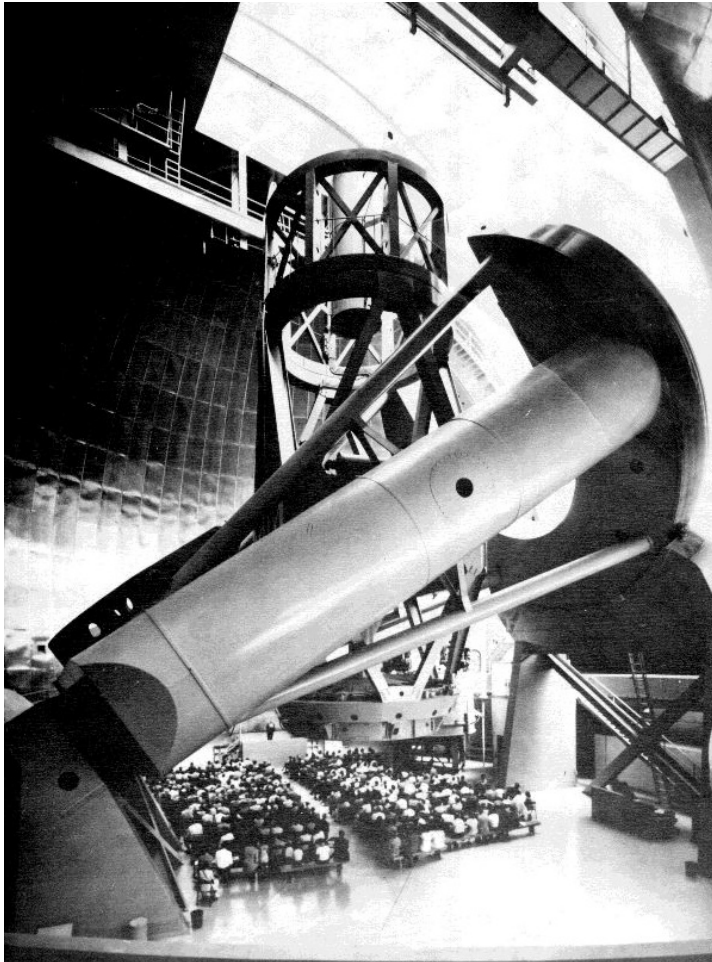


Pourquoi toujours plus gros ?

Pour voir plus loin

Pour voir plus petit

Télescope de 5m du Mont Palomar (Californie)



Inauguration du télescope en 1948 :
plus de 1000 invités
22 septembre 2025

© Thomas Jarrett

Raphaël Galicher

20

Very Large Telescope, 1999, 4 x 8.2m

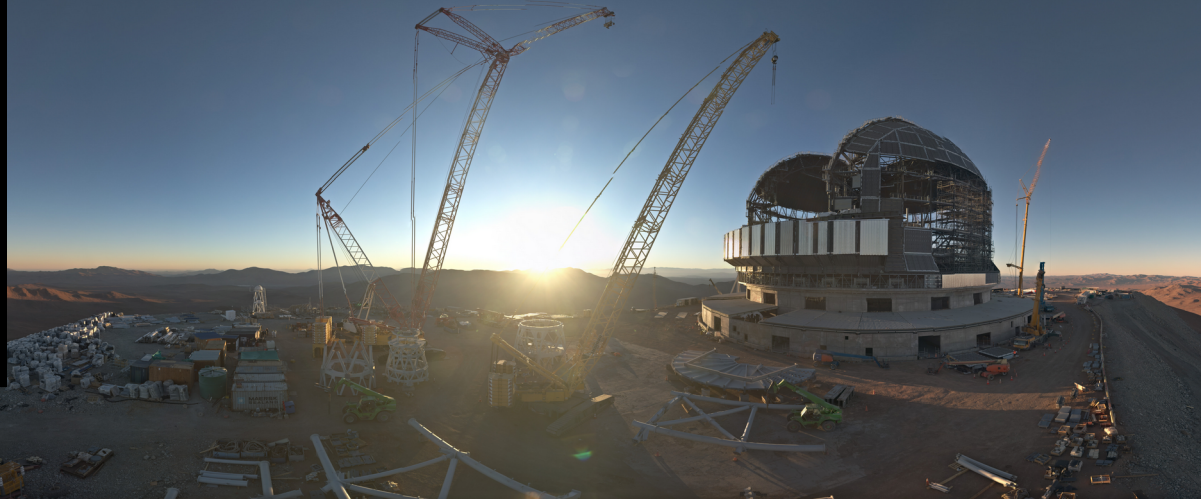
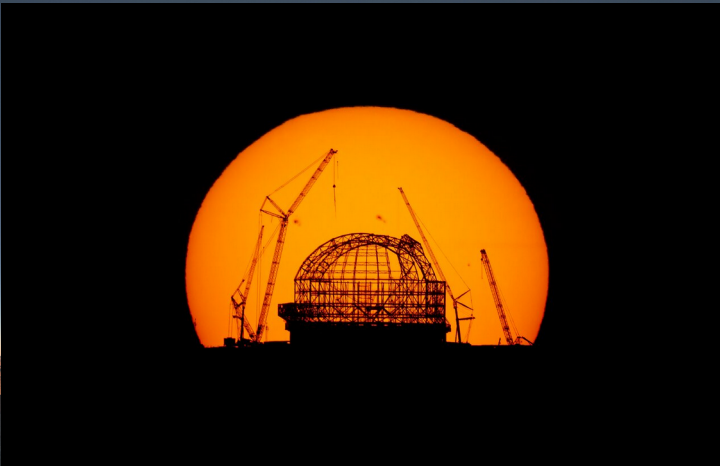


22 septembre 2025

Raphaël Galicher

21

Extremely Large Telescope, 2027, 39m



Primaire (M1) → 39m de diamètre (798 segments)

M2 et M3 → ~4m

M4 (adaptatif) → 2,4m

M5 (tip-tilt) → elliptique et plan (2,2m x 2,7m)

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Transformée de Fourier discrète (1/2)

Une fonction f de période $T_1 = 1/\nu_1$ peut être définie sans ambiguïté

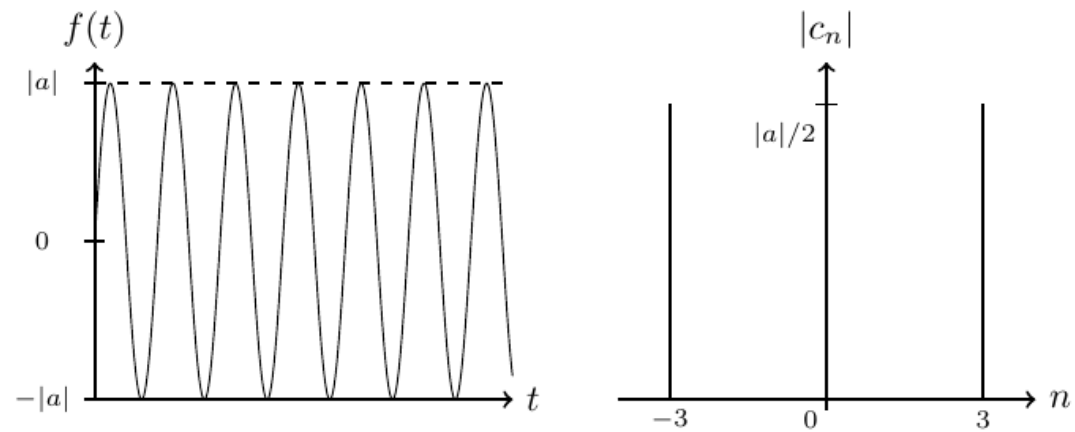
- soit par son expression $f(t)$,
- soit par les coefficients c_n associés aux fréquences discrètes $\nu_n = n\nu_1$.

De plus, l'égalité de Bessel-Parseval indique que l'énergie dans l'espace direct (fonction de t) est égale à l'énergie dans l'espace des fréquences (fonction de ν) :

$$\langle |f(t)|^2 \rangle_t = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} |f(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} |c_n|^2$$

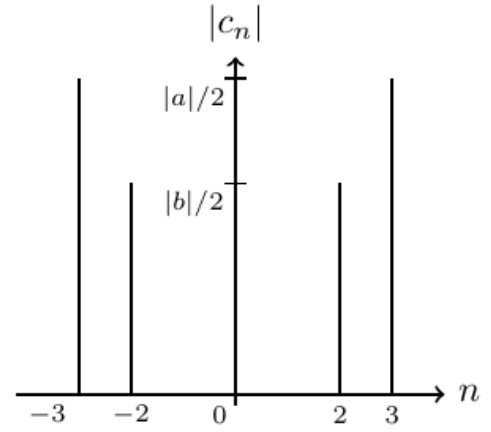
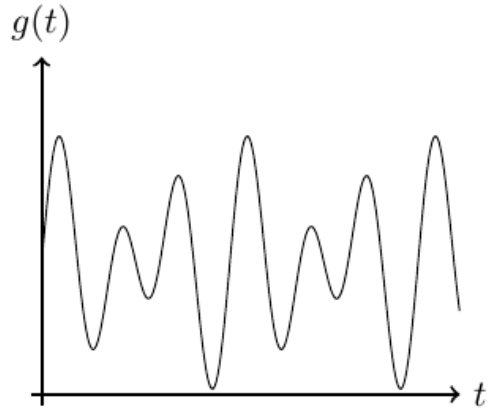
où $\langle \rangle_t$ représente la moyenne temporelle.

Exemple 1 : un sinus

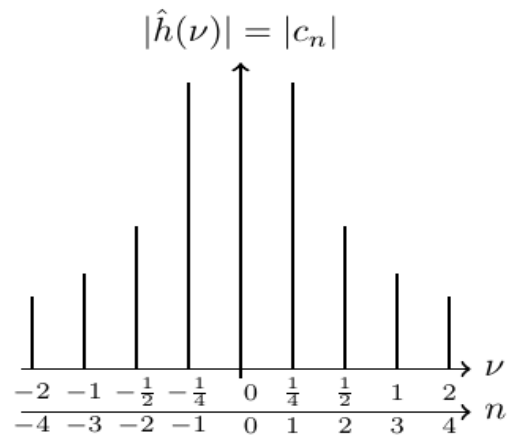
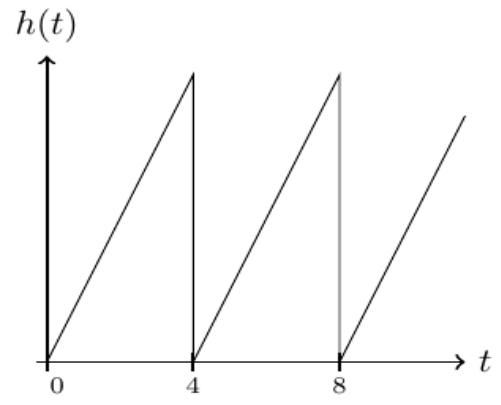


Transformée de Fourier discrète (2/2)

Exemple 2 :
Somme de deux sinus



Exemple 3 :
fonction périodique
à spectre infini



Transformée de Fourier d'une fonction quelconque

N'importe quelle (« bonne ») fonction peut être décomposée en une somme infinie de fonctions sinusoïdales avec un spectre continu. Ainsi, une fonction quelconque f peut être définie sans ambiguïté :

- soit par son expression $f(t)$,
- soit par sa transformée de Fourier $\hat{f}(\nu)$.

La fonction f et sa transformée de Fourier \hat{f} en fréquence sont définies par

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\nu) \exp(i 2 \pi \nu t) d\nu \Leftrightarrow \hat{f}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-i 2 \pi \nu t) dt$$

La relation de Plancherel-Parseval s'écrit

$$\int_{\mathbb{R}} |f(t)|^2 dt = \int_{\mathbb{R}} |\hat{f}(\nu)|^2 d\nu$$

Transformée de Fourier : notation et propriétés

Nous utiliserons une autre notation pour la transformée de Fourier de la fonction f calculée au point ν :

$$\text{TF}[f](\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-i 2 \pi \nu t) dt \quad (30)$$

Voici quelques propriétés de la transformée de Fourier :

$$\text{TF}^{-1}[\hat{f}](t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\nu) \exp(i 2 \pi \nu t) d\nu \quad (31)$$

$$\text{TF}^{-1}[\text{TF}(f)](t) = f(t) \quad (32)$$

$$\text{TF}[f g](\nu) = \text{TF}[f] \star \text{TF}[g](\nu) \quad (33)$$

$$\text{TF}[f \star g](\nu) = \text{TF}[f](\nu) \text{TF}[g](\nu) \quad (34)$$

$$\text{TF}[\exp(i 2 \pi \alpha t)](\nu) = \delta(\nu - \alpha) \quad (35)$$

$$\text{TF}[\delta(t - \beta)](\nu) = \exp(-i 2 \pi \nu \beta) \quad (36)$$

où f et g sont deux fonctions, δ est la distribution de Dirac, TF^{-1} est la transformée de Fourier inverse et \star représente le produit de convolution.

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

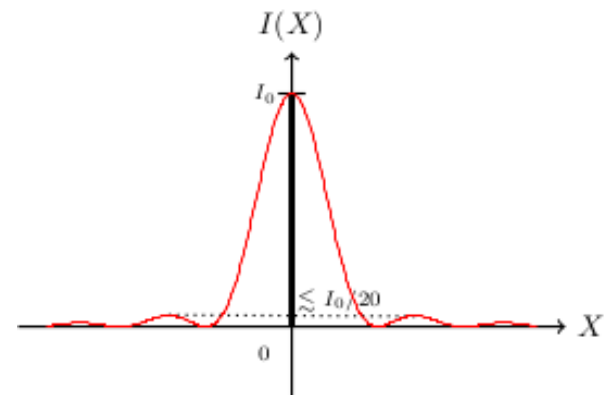
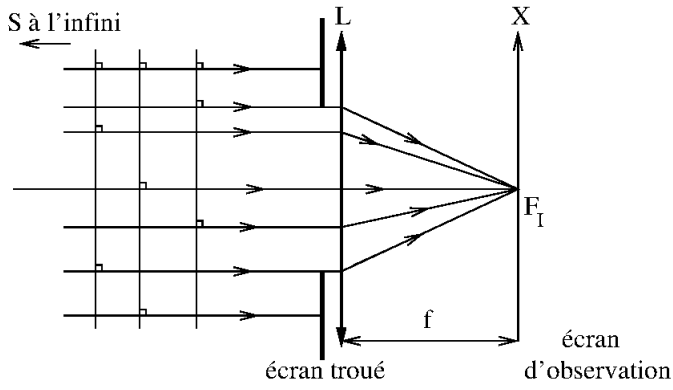
- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Mise en évidence du phénomène



Observatoire de Paris | PSL

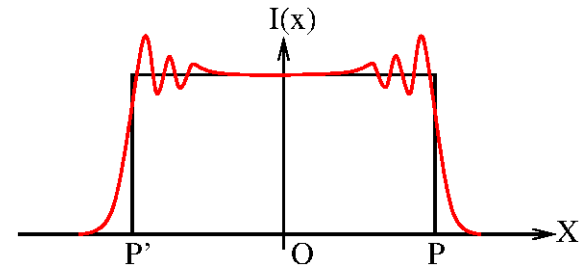
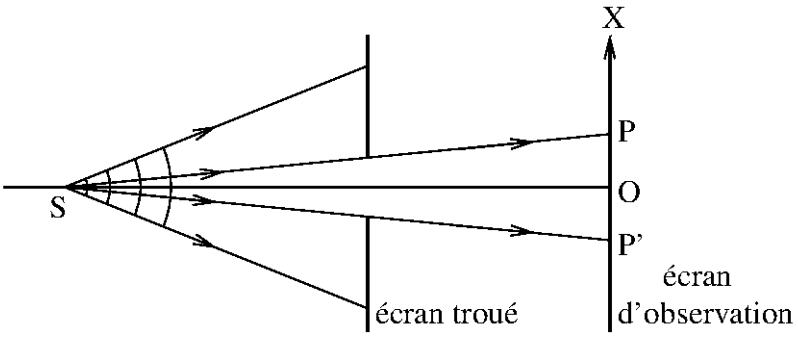
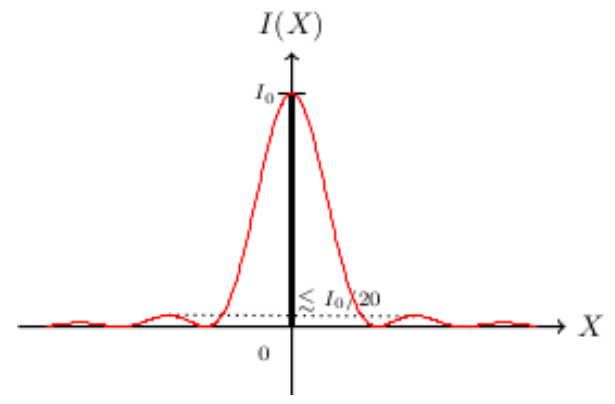
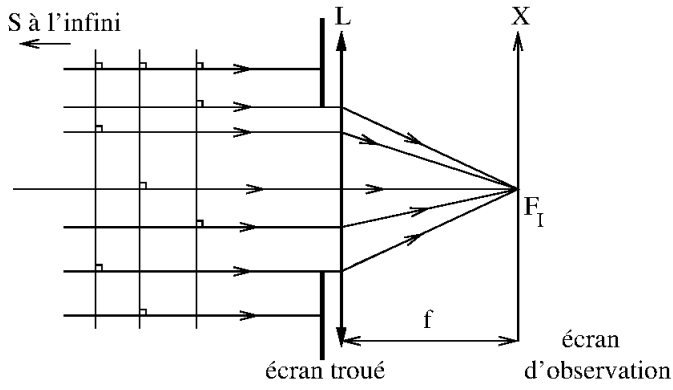
Diffraction par un trou

Regardez ici →

Collez la carte à votre œil et regardez une source ponctuelle à quelques mètres de vous à travers le trou.

- La distribution d'intensité :
- est une tache de taille finie
 - tourne quand on tourne la carte
- **le trou crée la diffraction !**

Limites de l'optique géométrique



L'intensité lumineuse ne varie pas comme le prédit l'optique géométrique

→ **besoin de modèles plus fins !**

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

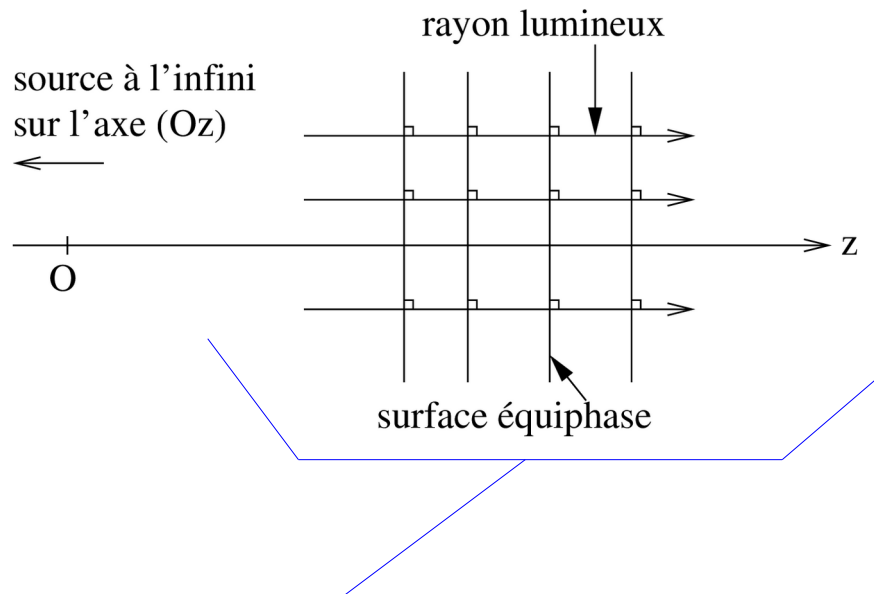
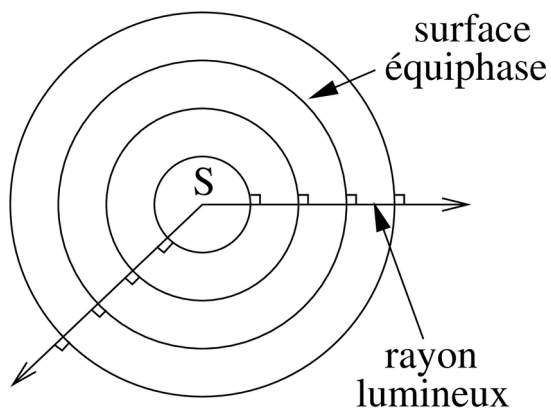
- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Source ponctuelle monochromatique et surface d'onde



Pour une source ponctuelle monochromatique à l'infini, on peut exprimer son champ électrique complexe par

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r}', t) = \underline{\vec{E}}_0 \exp \left[i \left(\vec{k} \cdot \vec{r}' - \omega t \right) \right] \quad (16)$$

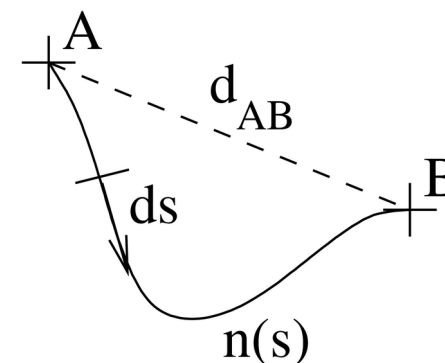
avec $\underline{\vec{E}}_0$ un vecteur constant complexe orthogonal à l'axe de propagation

avec $\omega/k = v_\Phi = c/n$

Chemin optique et longueur optique

Chemin optique = chemin qu'emprunte la lumière pour aller d'un point à un autre

$$\begin{aligned}
 \vec{E}(z_B, t) &= \vec{E}_0 \exp [i (k z_B - \omega t)] \\
 \Leftrightarrow &= \vec{E}_0 \exp [i (k z_A - \omega t + k (z_B - z_A))] \\
 \Leftrightarrow &= \vec{E}(z_A, t) \exp [i (k (z_B - z_A))] \\
 \Leftrightarrow \vec{E}(z_B, t) &= \vec{E}(z_A, t) \exp (i \Delta\phi_{AB})
 \end{aligned}$$



Puis :

$$\begin{aligned}
 \Delta\phi_{AB} &= k (z_B - z_A) \\
 \Leftrightarrow &= \frac{\omega}{v_\Phi} (z_B - z_A) \\
 \Leftrightarrow &= \frac{\omega}{c} n (z_B - z_A) \\
 \Leftrightarrow &= \frac{2\pi}{\lambda_0} n (z_B - z_A) \\
 \Leftrightarrow \Delta\phi_{AB} &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \ell_{AB}
 \end{aligned}$$

Définition de la longueur optique

$$\ell_{AB} = \int_A^B n(s) ds$$

Si milieu homogène :

$$\ell_{AB} = n (z_B - z_A)$$

Intensité lumineuse

En optique (UV et IR aussi)

$$\text{Période de l'onde} = \frac{2\pi}{\omega} \ll T = \text{temps de pose du détecteur}$$

Le détecteur enregistre l'intensité moyenne sur le temps de pose

$$I_{\lambda}(\vec{r}) \simeq \langle \|\vec{E}_{\lambda}(\vec{r}, t)\|^2 \rangle_t$$

Si deux états de polarisations (s et p) : $I_{\lambda, \text{totale } s+p}(\vec{r}) = I_{\lambda, s}(\vec{r}) + I_{\lambda, p}(\vec{r})$

Si source polychromatique : $I_{\text{totale } \Delta\lambda}(\vec{r}) \simeq \int_{\Delta\lambda} I_{\lambda}(\vec{r}) d\lambda$

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

- Lunettes
- Télescopes

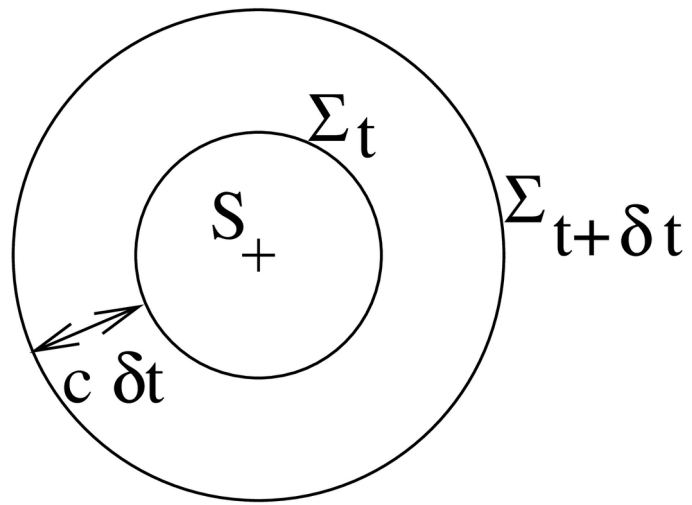
Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

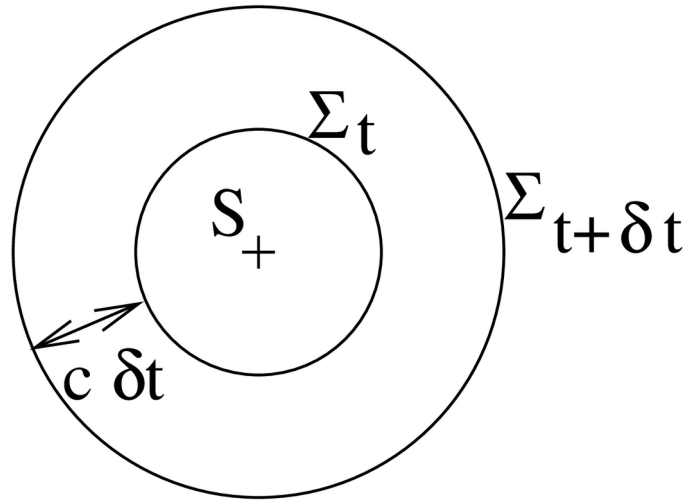
Principe de Huygens, 1678

Depuis 1670, on sait que la vitesse de la lumière est finie



Principe de Huygens, 1678

Depuis 1670, on sait que la vitesse de la lumière est finie

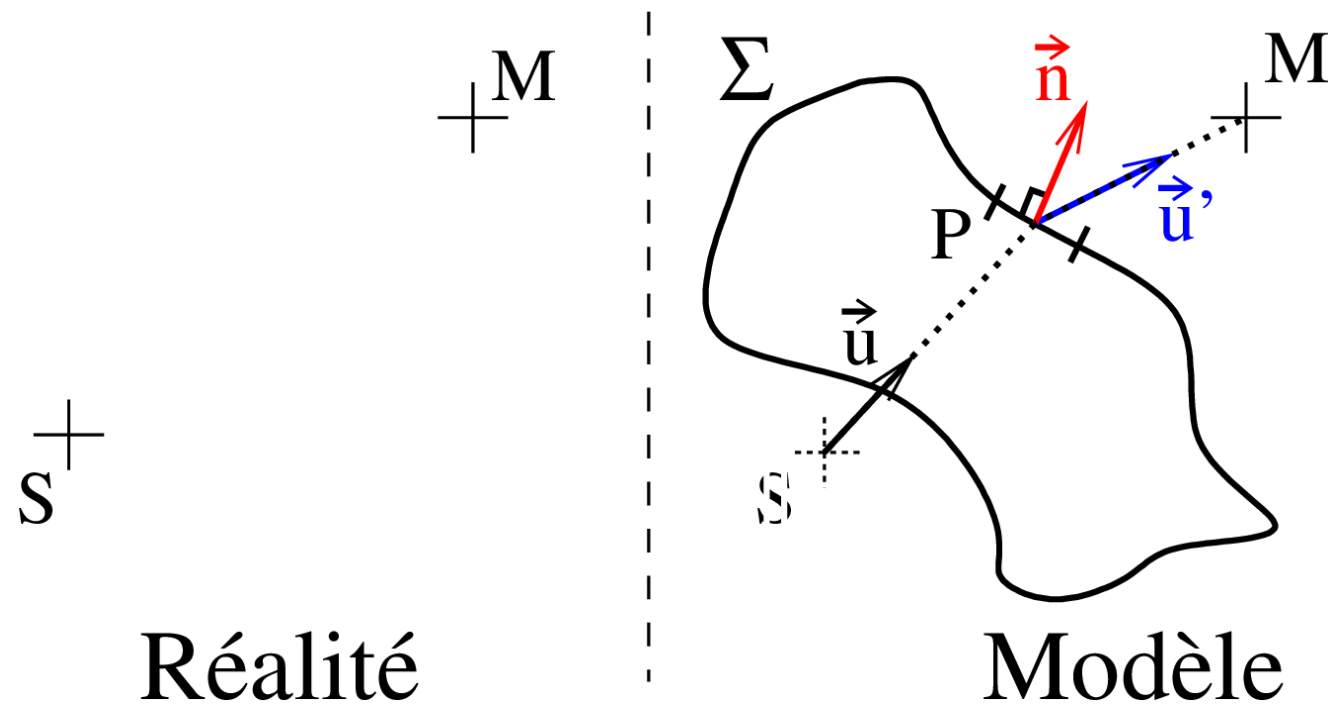


Postulat de Huyguens

La surface d'onde $\Sigma_{t+\delta t}$ à l'instant $t + \delta t$ est l'enveloppe des ondes émises à l'instant t par des sources secondaires qui se trouvent sur la surface d'onde Σ_t .

Principe de Fresnel, 1818 (1/2)

Pour calculer l'onde émise par une source S et reçue en un point M à l'instant t , on peut remplacer la source réelle S par une répartition sur une surface fermée Σ de sources secondaires P qui émettent proportionnellement à l'onde qu'elles reçoivent de S et à la surface qu'elles occupent



Principe de Fresnel, 1818 (2/2)

En faisant les hypothèses que :

$$\mathcal{H}1 : r_{SP} = \|\vec{SP}\| \gg \lambda$$

$$\mathcal{H}2 : r_{PM} = \|\vec{PM}\| \gg \lambda$$

on peut écrire

$$E_S(M, t) = K \iint_{\Sigma} E_S(P, t) \frac{e^{i k r_{PM}}}{r_{PM}} \frac{\cos(-\vec{n}, \vec{u}') + \cos(-\vec{n}, \vec{u})}{2} d\Sigma_p \quad (37)$$

avec

$$\begin{cases} K &= \frac{1}{i \lambda} \\ \vec{u} &= \frac{\vec{SP}}{\|\vec{SP}\|} \\ \vec{u}' &= \frac{\vec{PM}}{\|\vec{PM}\|} \end{cases}$$

Les termes de l'équation **37** représentent

- Le champ électrique $E_S(M, t)$ reçu de S en M à l'instant t .
- Le champ électrique $E_S(P, t)$ reçu de S en P à l'instant t .
- Le terme de phase dû au parcours de P à M divisé par PM car P émet une onde sphérique.
- Le terme géométrique $[\cos(-\vec{n}, \vec{u}') + \cos(-\vec{n}, \vec{u})] / 2$.
- La surface $d\Sigma_p$ occupée par la source secondaire P .

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Modèle de Fresnel-Kirchhoff (1/2)

Négligeable la plupart du temps

$$\begin{aligned}
E(M, t) = & K \iint_{\mathcal{T}} E_S(P, t) \frac{e^{i k r_{PM}}}{r_{PM}} \frac{\cos(-\vec{n}, \vec{u}') + \cos(-\vec{n}, \vec{u})}{2} d\Sigma_p \\
& + K \iint_{\mathcal{T}_2} E_S(P, t) \frac{e^{i k r_{PM}}}{r_{PM}} \frac{\cos(-\vec{n}, \vec{u}') + \cos(-\vec{n}, \vec{u})}{2} d\Sigma_p \\
& + K \iint_{\mathcal{T}_3} E_S(P, t) \frac{e^{i k r_{PM}}}{r_{PM}} \frac{\cos(-\vec{n}, \vec{u}') + \cos(-\vec{n}, \vec{u})}{2} d\Sigma_p
\end{aligned}$$

Rigoureusement nulle

Modèle de Fresnel-Kirchhoff (2/2)

Les hypothèses du modèle de Kirchhoff sont

$$\mathcal{H}1 : r_{SP} = \|\vec{SP}\| \gg \lambda$$

$$\mathcal{H}2 : r_{PM} = \|\vec{PM}\| \gg \lambda$$

$$\mathcal{H}3 : \eta \gg \lambda$$

avec η la grandeur caractéristique de l'ouverture \mathcal{I} . Dans ces conditions, l'expression du champ électrique diffracté $E(M, t)$ au point M à l'instant t s'écrit en fonction du champ électrique E_S à l'intérieur de l'ouverture diffractante

$$E(M, t) = K \iint_{\mathcal{I}} E_0 \frac{e^{i(kr_{SP} - \omega t)}}{r_{SP}} \frac{e^{ikr_{PM}}}{r_{PM}} \frac{\cos(-\vec{n}, \vec{u}') + \cos(-\vec{n}, \vec{u})}{2} d\Sigma_p \quad (38)$$

Remarque : le champ $E(M, t)$ ne dépend pas du matériau de l'écran. Ceci est une conséquence de $\mathcal{H}3$.

Modèle de Fresnel : champ proche

Les hypothèses nécessaires pour appliquer le modèle de diffraction de Fresnel sont

$$\mathcal{H}1 : r_{SP} = \left\| \overrightarrow{SP} \right\| \gg \lambda$$

$$\mathcal{H}2 : r_{PM} = \left\| \overrightarrow{PM} \right\| \gg \lambda$$

$$\mathcal{H}3 : \eta \gg \lambda$$

$$\mathcal{H}4 : r_{PM} \gg \eta$$

$$\mathcal{H}5 : r_{SP} \gg \eta$$

$$\mathcal{H}6 : Z \gg Z_{\text{Fresnel}} = \eta \left(3 \sqrt{\frac{\pi \eta}{4 \lambda}} \right)$$

avec η la grandeur caractéristique de l'ouverture \mathcal{S} .

Dans ces conditions, l'expression du champ électrique diffracté $E(X, Y, Z, t)$ au point M de coordonnées (X, Y, Z) à l'instant t s'écrit en fonction du champ électrique $E_S(x, y, t)$ dans l'ouverture diffractante :

$$E(X, Y, Z, t) = K \frac{e^{i \phi_0}}{Z} \iint_{\mathcal{S}} E_S(x, y, t) e^{-i \frac{k}{Z} (xX + yY)} e^{i \frac{k}{2Z} (x^2 + y^2)} dx dy \quad (39)$$

avec $\phi_0 = kZ + k(X^2 + Y^2)/(2Z)$ et $K = -i/\lambda$.

Quelques remarques :

- l'exponentielle complexe $e^{i \phi_0}$ est un terme de phase qui disparaîtra quand on s'intéressera à l'intensité lumineuse.
- l'exponentielle complexe $e^{-i \frac{k}{Z} (xX + yY)}$ est le terme de Fraunhofer.
- l'exponentielle complexe $e^{i \frac{k}{2Z} (x^2 + y^2)}$ est le terme de Fresnel.

Modèle de Fraunhofer : champ lointain, hypothèses

Les hypothèses nécessaires pour appliquer le modèle de diffraction de Fraunhofer sont

$$\mathcal{H}1 : r_{SP} = \|\vec{SP}\| \gg \lambda$$

$$\mathcal{H}2 : r_{PM} = \|\vec{PM}\| \gg \lambda$$

$$\mathcal{H}3 : \eta \gg \lambda$$

$$\mathcal{H}4 : r_{PM} \gg \eta$$

$$\mathcal{H}5 : r_{SP} \gg \eta$$

$$\mathcal{H}6 : Z \gg Z_{\text{Fraunhofer}} = \frac{k\eta^2}{2} \Rightarrow \frac{\lambda}{\eta} \gg \pi \frac{\eta}{Z} \text{ (condition de Fraunhofer)}$$

avec η la grandeur caractéristique de l'ouverture \mathcal{I} .

Modèle de Fraunhofer : champ lointain, montage optique 1

≡

Montage optique 1

Le montage optique de la figure 41 permet d'être approximativement dans les conditions de Fraunhofer. L'expression du champ électrique diffracté $E(X, Y, Z, t)$ au point M de coordonnées (X, Y, Z) à l'instant t s'écrit en fonction du champ électrique $E_S(x, y, t)$ dans l'ouverture diffractante :

$$E(X, Y, Z, t) = K \frac{e^{i\phi_0}}{Z} \iint_{\mathcal{S}} E_S(x, y, t) e^{-i \frac{k}{Z} (xX + yY)} dx dy \quad (40)$$

avec $\phi_0 = kZ + k(X^2 + Y^2)/(2Z)$ et $K = -i/\lambda$. Cette équation fait apparaître la transformée de Fourier de la fonction $E_S \Pi_T$ calculée au point de coordonnées $(k_X, k_Y) = (kX/Z, kY/Z)$. Le champ électrique $E_S(x, y, t)$ est celui dans le plan de l'ouverture diffractante et $\Pi_T(x, y)$ est la fonction qui décrit l'ouverture diffractante :

$$E(X, Y, Z, t) = K \frac{e^{i\phi_0}}{Z} \text{TF} [E_S \Pi_T] (k_X, k_Y) \quad (41)$$

L'exponentielle complexe $e^{i\phi_0}$ est un terme de phase qui disparaîtra quand on s'intéressera à l'intensité lumineuse.

Modèle de Fraunhofer : champ lointain, montage optique 2

Montage optique 2

##

Si les dimensions de l'ouverture vérifient $\mathcal{H}3$, alors le montage représenté sur la figure **42** permet de rigoureusement vérifier les autres hypothèses du modèle de Fraunhofer et le champ électrique diffracté $E(X, Y, t)$ au point M de coordonnées (X, Y) dans le plan focal d'une lentille de focale f est donné par

$$E(X, Y, t) = K_f \iint_{\mathcal{D}} E_S(x, y, t) e^{-i \frac{k}{f} (xX + yY)} dx dy \quad (42)$$

avec K_f un nombre complexe de module constant. De nouveau, le champ électrique $E(X, Y, t)$ diffracté dans le plan focal de la lentille est proportionnel à la transformée de Fourier de la fonction $E_S \Pi_{\mathcal{D}}$ calculée au point $(k_{Xf}, k_{Yf}) = (kX/f, kY/f)$ avec $E_S(x, y, t)$ le champ électrique dans l'ouverture diffractante qui est décrite par la fonction $\Pi_{\mathcal{D}}(x, y)$

$$E(X, Y, t) = K_f \text{TF}[E_S \Pi_{\mathcal{D}}](k_{Xf}, k_{Yf}) \quad (43)$$

Modèle de Fraunhofer : champ lointain, montage optique 3

⚡

Montage optique 3

Un dernier montage permet d'être rigoureusement dans les conditions de Fraunhofer (figure **43**). Il faut que :

- l'écran diffractant soit accolé à la lentille de centre O et de focale f .
- le plan d'observation (perpendiculaire à l'axe optique et passant par S') soit conjugué au plan où se trouve la source (plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par S) :

$$\frac{1}{\overline{OS'}} - \frac{1}{\overline{OS}} = \frac{1}{f}$$

Si les dimensions de l'ouverture vérifient $\mathcal{H}3$, alors le champ électrique diffracté s'écrit

$$E(X, Y, t) = K_f \text{TF} [E_S \Pi_{\mathcal{D}}] (k_{Xf}, k_{Yf}) \quad (44)$$

avec K_f une constante complexe, $k_{Xf} = kX/f$ et $k_{Yf} = kY/f$.

Optique géométrique ou diffraction ?

Plusieurs modèles de propagation de la lumière

- ✓ Optique géométrique
- ✓ Diffraction quand $\lambda/D > D/Z \iff Z > Z_R = D^2/\lambda = \text{distance de Rayleigh}$
 - Plusieurs modèles de diffraction

Très souvent : modèle de Fraunhofer

Parfois : modèle de Fresnel

distance à l'écran diffractant

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

- Lunettes
- Télescopes

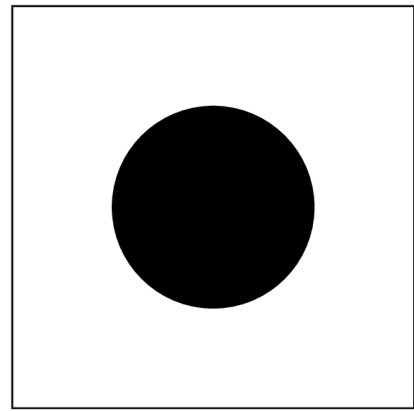
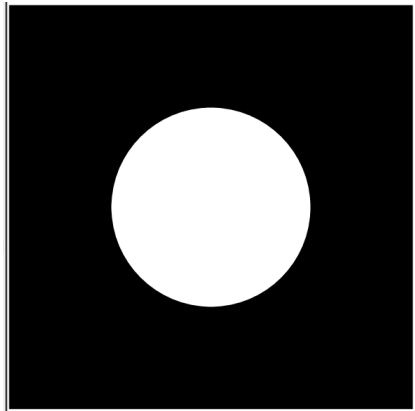
Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Théorème de Babinet

Soient deux écrans complémentaires T_1 et T_2 $T_1(x,y) = 1 - T_2(x,y)$



Théorème de Babinet

Deux écrans complémentaires \mathcal{T}_1 et \mathcal{T}_2 donnent la même figure de diffraction en intensité en tout point M qui est en dehors de l'image A_0 prédite par l'optique géométrique :

$$I_1(M) = I_2(M), \quad \forall M \notin A_0 \tag{45}$$

Ce théorème est vrai pour les trois modèles de diffraction : Kirchhoff, Fresnel et Fraunhofer.

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Comment calculer la distribution d'intensité diffractée

- 1) Déterminer le plan où se trouve l'écran diffractant et choisir les coordonnées cartésiennes (x, y) ou polaires (ρ, η)
- 2) Déterminer le plan d'observation et choisir les coordonnées (X, Y) ou (R, θ)
- 3) Choisir le modèle de diffraction
- 4) Exprimer le champ électrique juste avant l'écran diffractant : $E_s(x, y, z=0, t)$
- 5) Trouver la fonction π_T qui décrit l'ouverture diffractante
- 6) Calculer l'intégrale avec les expressions de $E_s(x, y, z=0, t)$ et π_T pour obtenir le champ diffracté $E(X, Y, z, t)$.
- 7) Calculer la moyenne temporelle du carré de la partie réelle du champ E pour obtenir l'intensité diffractée $I(X, Y, z)$.

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

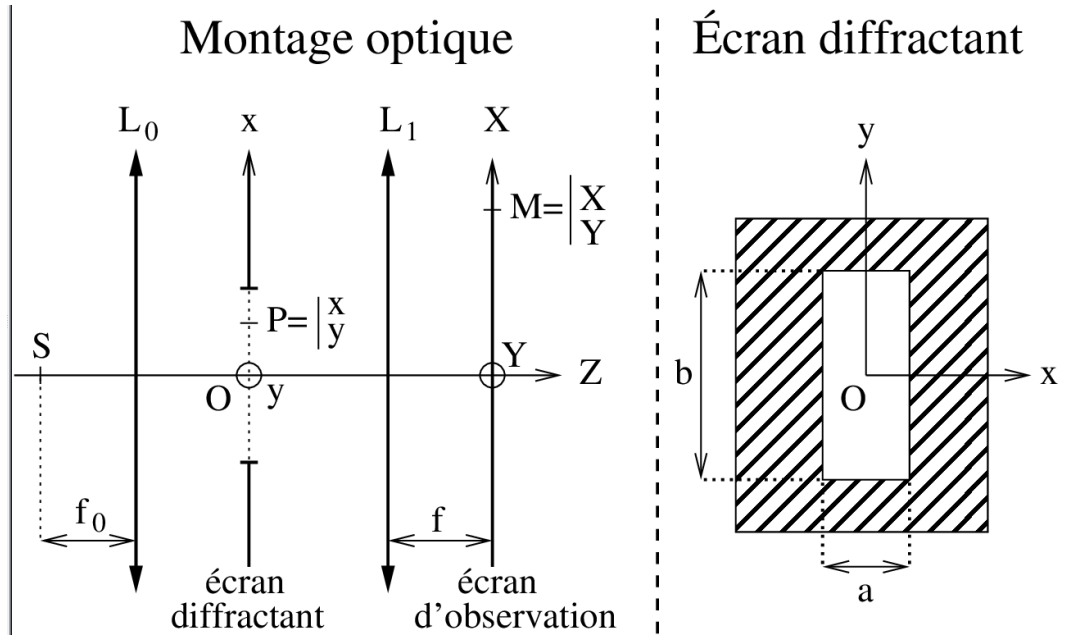
- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

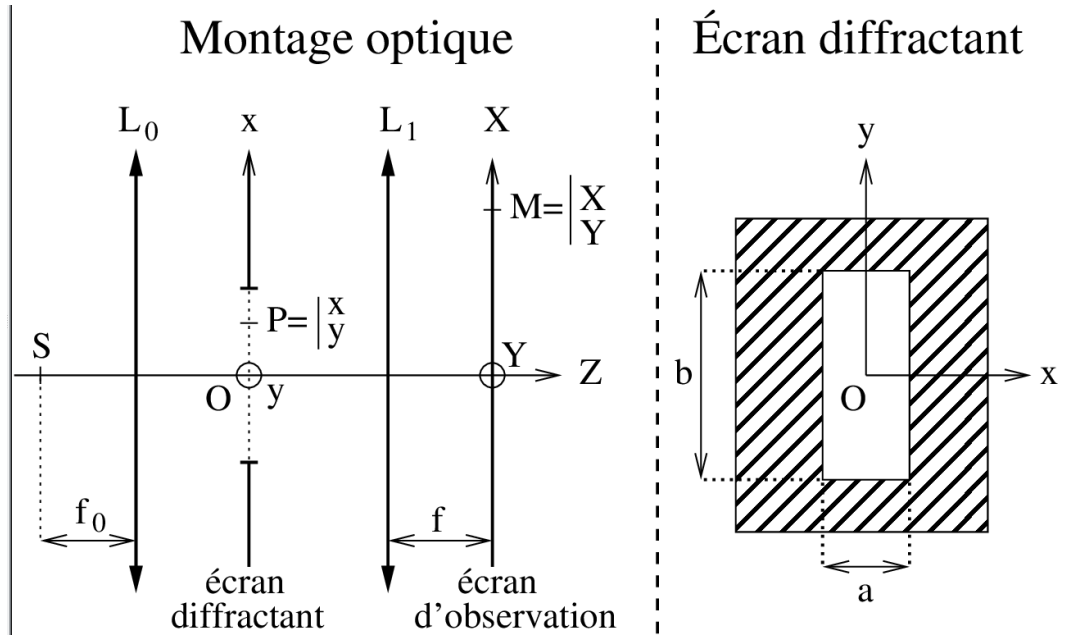
Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Diffraction par une ouverture rectangulaire : calcul



Diffraction par une ouverture rectangulaire : calcul



$$I(X, Y) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi a X}{\lambda f}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi b Y}{\lambda f}\right)$$

Diffraction par une ouverture rectangulaire : description

$$I(X, Y) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi a X}{\lambda f}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi b Y}{\lambda f}\right)$$

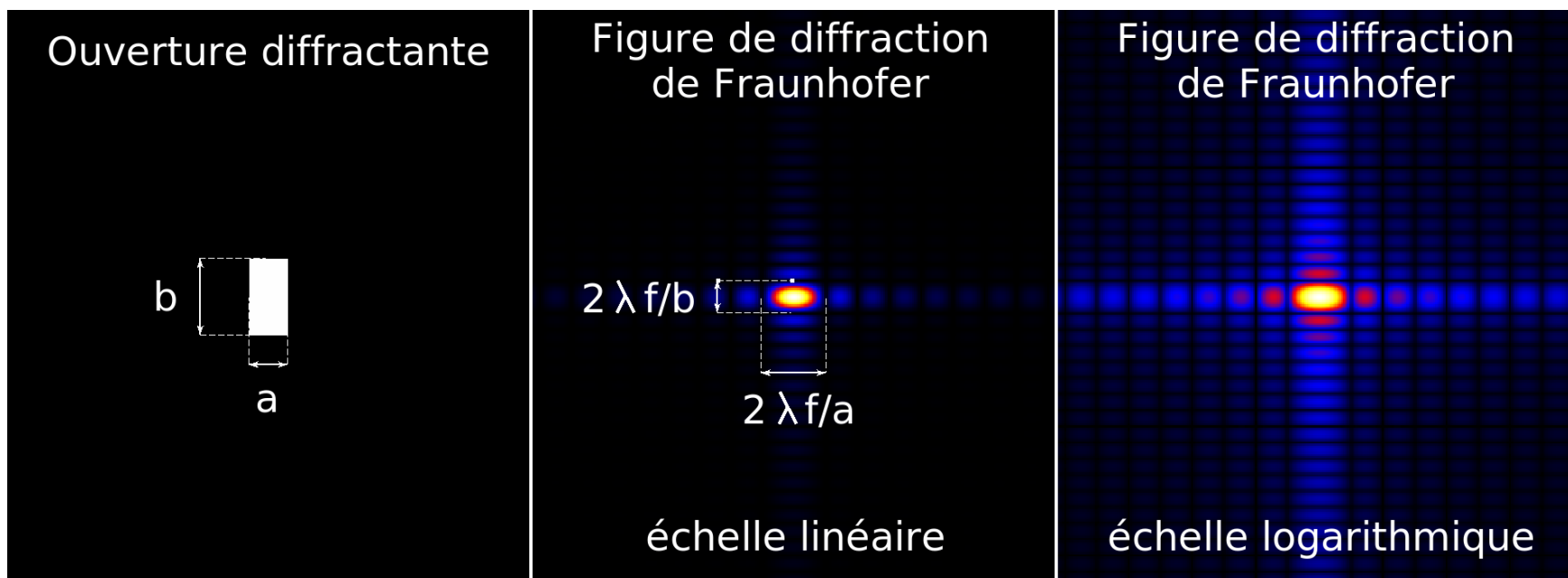


Maximum au niveau de l'image de l'optique géométrique

Des lieux sans lumière : tous les $p \lambda f/a$ avec p un entier relatif non nul

Plus l'ouverture est petite, plus la tache de diffraction est large

Diffraction par une ouverture rectangulaire : en images



Maximum au niveau de l'image de l'optique géométrique

Plus l'ouverture est petite, plus la tache de diffraction est large

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

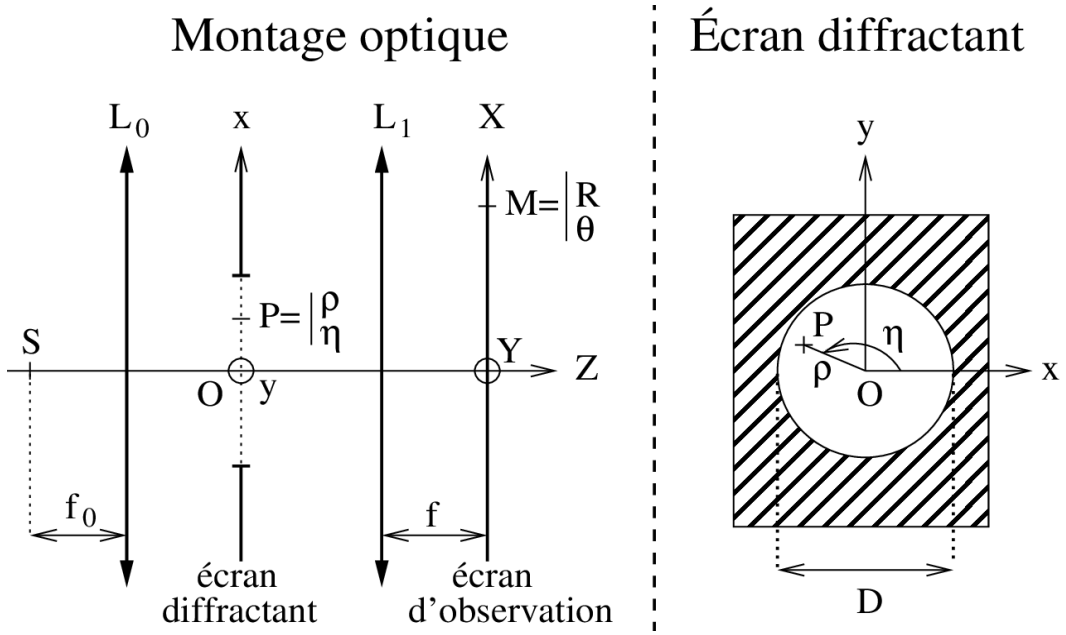
- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Diffraction par une ouverture circulaire : calcul

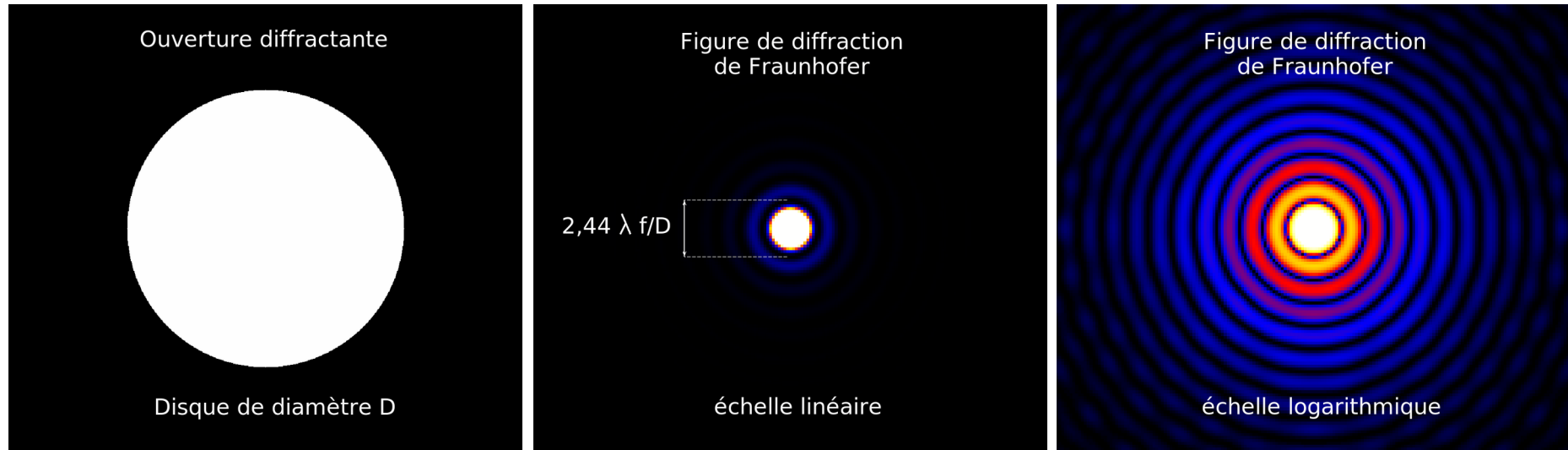


$$I(R, \theta) = I_0 \left| \frac{2 J_1 \left(\frac{k R D}{2 f} \right)}{\frac{k R D}{2 f}} \right|^2$$

Premier zéro en $R_1 = 1,22 \frac{\lambda f}{D}$

Largeur à mi-hauteur $\approx \lambda f/D$

Diffraction par une ouverture circulaire : en images



Maximum au niveau de l'image de l'optique géométrique

Largeur à mi-hauteur $\approx \lambda f/D$

Plus l'ouverture est petite, plus la tache de diffraction est large

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

- Lunettes
- Télescopes

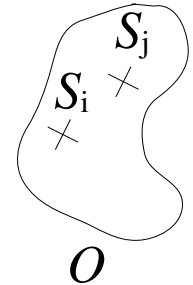
Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Objet-source étendu incohérent spatialement

Objet-source O étendu **incohérent** spatialement
 =
 Superposition de sources ponctuelles incohérentes S_i



1/ On décrit la source

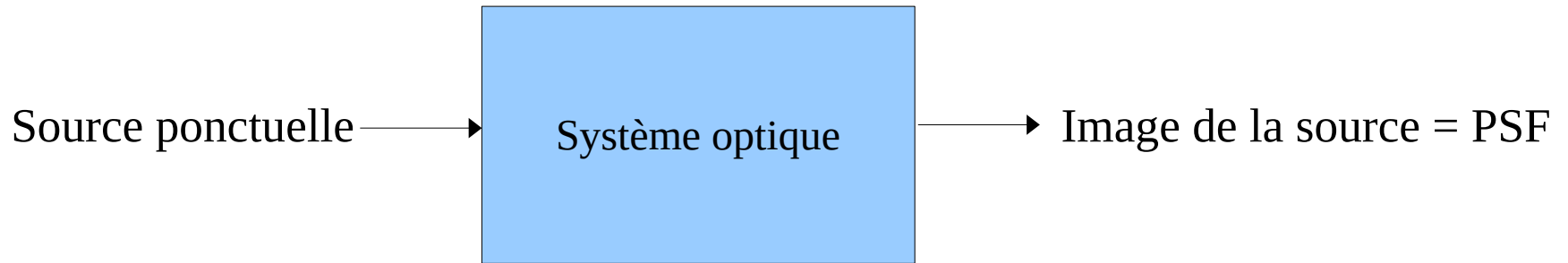
2/ On calcule l'**intensité diffractée** pour chaque source ponctuelle

3/ On somme les **intensités diffractées**

Image de O = Somme des Images de S_i

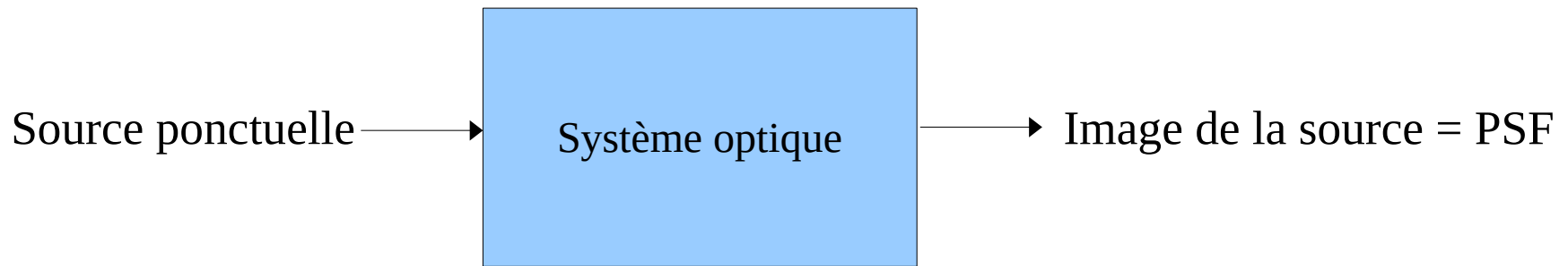
Point Spread function = fonction d'étalement de point

PSF ou FEP = $| \text{FT} [P] |^2$ = réponse impulsionnelle d'un système optique

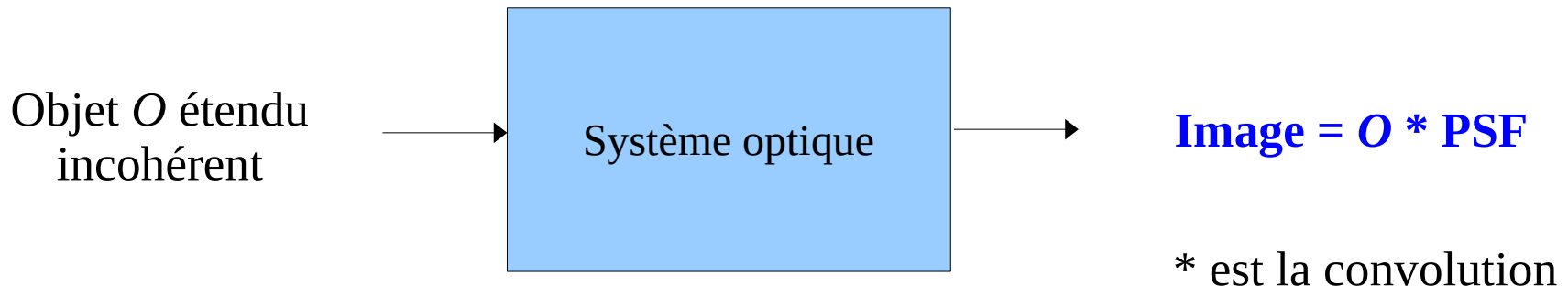


Point Spread function = fonction d'étalement de point

PSF ou FEP = $| \text{FT} [P] |^2$ = réponse impulsionnelle d'un système optique



Si la PSF est la même dans tout le champ d'observation



* est la convolution

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

- Lunettes
- Télescopes

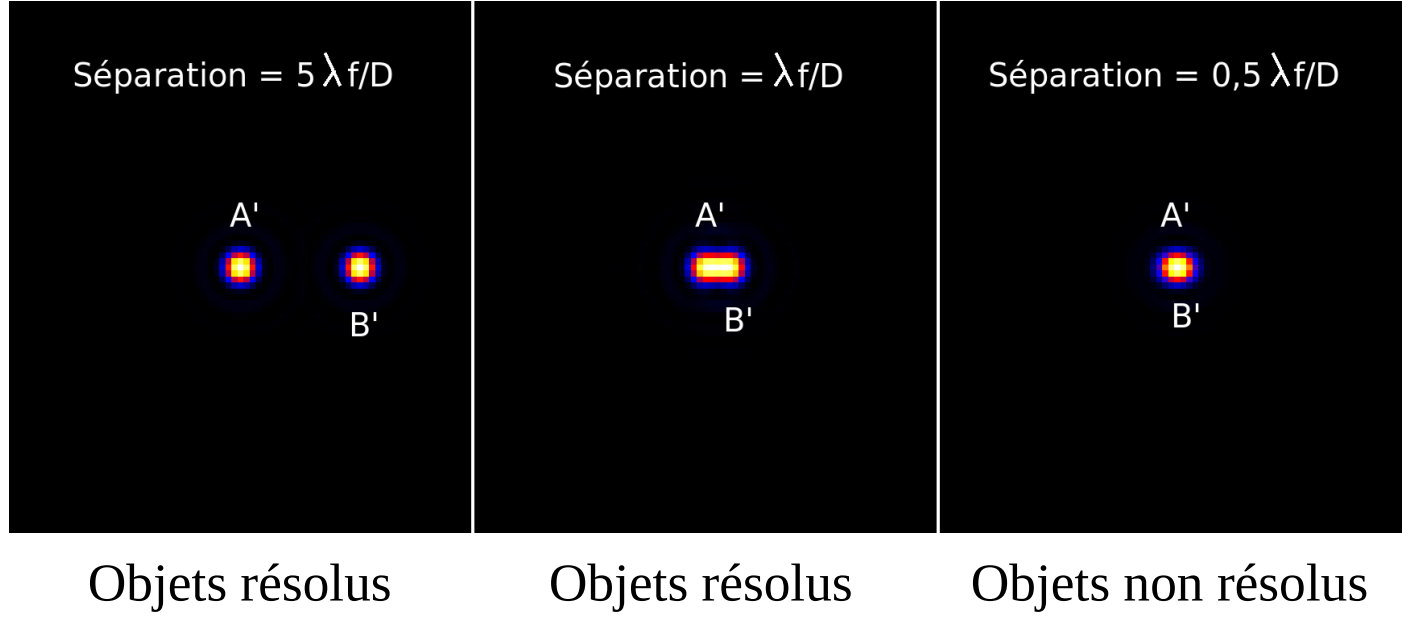
Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Pouvoir de résolution

Voici les images obtenues en observant deux sources ponctuelles incohérentes



Critère de Rayleigh

Plus petite séparation détectable = largeur à mi-hauteur de la tache de diffraction

Plan

Rappels d'optique géométrique

- Lois de Snell-Descartes
- Lentilles minces
- L'œil

Lunettes et télescopes

- Lunettes
- Télescopes

Rappels sur la transformée de Fourier

Diffraction

- Mise en évidence du phénomène
- Rappels d'électromagnétisme
- Postulat de Huygens-Fresnel
- Modèles de Diffraction
- Théorème de Babinet
- Méthodologie
- Cas d'une ouverture rectangulaire
- Cas d'une ouverture circulaire
- Image d'un objet étendu et incohérent
- Pouvoir de résolution
- Apodisation de pupille

Apodisation de pupille

Pour modifier la distribution d'intensité diffractée, on modifie l'écran diffractant.

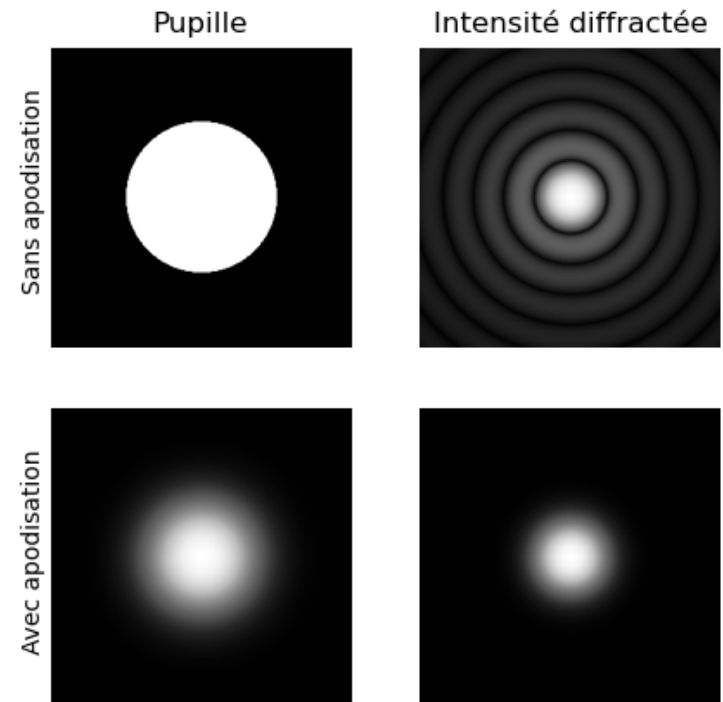
1/ On peut modifier la transmission de l'écran diffractant : $|t(x,y)| \neq 1$

2/ On peut modifier la phase de l'écran diffractant : $t(x,y) = e^{i\Phi(x,y)}$

$$E(X, Y, t) = K_f \text{TF} [E_S \ t \ \Pi_{\mathcal{D}}] (k_{Xf}, k_{Yf})$$

Intérêt : suppression des ailes de la diffraction

Inconvénient : élargissement de la tache centrale





FIN